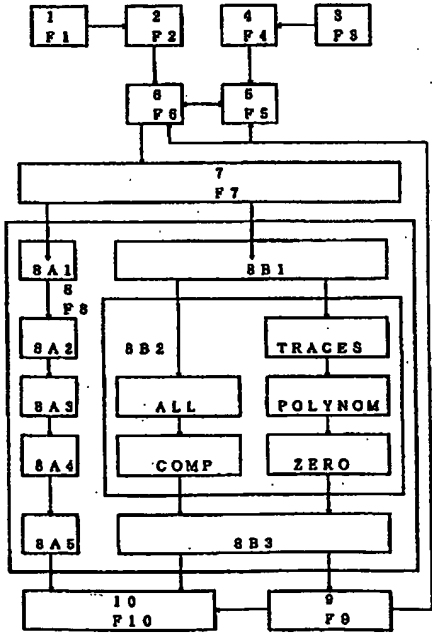


PCT

世界知的所有権機関  
国際事務局

特許協力条約に基づいて公開された国際出願



(51) 国際特許分類6 G06F 17/10	A1	(11) 国際公開番号 WO99/32992  (43) 国際公開日 1999年7月1日(01.07.99)
<p>(21) 国際出願番号 PCT/JP97/04732</p> <p>(22) 国際出願日 1997年12月22日(22.12.97)</p> <p>(71) 出願人 (米国を除くすべての指定国について) アマノ工機株式会社 (AMANO KOKI KABUSHIKI KAISHA)[JP/JP] 〒225 神奈川県横浜市青葉区あざみ野4丁目16番46号 Kanagawa, (JP)</p> <p>(72) 発明者 ; および</p> <p>(75) 発明者 / 出願人 (米国についてのみ) 天野景昭(AMANO, Kageaki)[JP/JP] 〒225 神奈川県横浜市青葉区あざみ野4丁目16番46号 Kanagawa, (JP)</p>		<p>(81) 指定国 AT, AU, BA, BG, BR, BY, CA, CH, CN, CZ, DE, DK, EE, ES, FI, GB, HU, IL, JP, KR, LT, LU, LV, MX, NO, NZ, PL, PT, RO, RU, SE, SG, SI, SK, TR, UA, US, VN, YU, ARIPO特許 (GH, GM, KE, LS, MW, SD, SZ, UG, ZW), ユーラシア特許 (AM, AZ, BY, KG, KZ, MD, RU, TJ, TM), 欧州特許 (AT, BE, CH, DE, DK, ES, FI, FR, GB, GR, IE, IT, LU, MC, NL, PT, SE), OAPI特許 (BF, BJ, CF, CG, CI, CM, GA, GN, ML, MR, NE, SN, TD, TG).</p> <p>添付公開書類 国際調査報告書</p>
<p>(54) Title: MATHEMATICAL RELATION IDENTIFICATION APPARATUS AND METHOD</p> <p>(54) 発明の名称 数学的関係同定装置および方法</p> <p>(57) Abstract</p> <p>A mathematical relation identification apparatus adapted to output a mathematical relation established among basic variables <math>x_1, \dots, x_p</math> when a plurality of sets <math>d(i)</math> of input data, each set differentiated by an input data designation parameter <math>i</math> comprising <math>p</math> basic variables <math>x_1, \dots, x_p</math>, are inputted. The principle of this invention is that, when input data are converted into <math>q</math>-dimensional data by 9 base functions <math>f_1, \dots, f_q</math> and when vectors having the converted values as vector components form a plane, the mathematical relation as a linear combination of these base functions is established. The sets <math>f_1, \dots, f_q</math> of base functions, the functions of basic variables are defined in advance. A set <math>F(i) = (F_{i1}, \dots, F_{iq})</math> of values of base functions corresponding to the input data <math>d(i)</math> is determined. <math>F(i)</math> is assumed to be a point in <math>q</math>-dimensional space. From the cofactor of a determinant from the points, the mapping plane in which the square sum of the lengths of the perpendiculars from these points is the smallest is determined as the solution of an eigenvalue problem period. When the direction cosine of this plane is <math>L_1, \dots, L_q</math>, the mathematical relation (1) is outputted. This invention can be used for the interpolation of data, and the identification of an orbit and a shape.</p> 		

(57)要約

入力データ指定パラメータ  $i$  で区別される 1 組の入力データ  $d$  が  $p$  個の基本変数 ( $x_1 \dots x_p$ ) から成り、そのような入力データの組  $d(i)$  が多数個入力された時、基本変数 ( $x_1 \dots x_p$ ) の間に成立する数学的関係を生ずる数学的関係同定装置に関する。

本発明の原理は、入力データを、9 個の基底関数 ( $f_1 \dots f_q$ ) で  $q$  次元データに変換した時、その変換された値をベクトル成分とするベクトルが平面を形成するとき、その基底関数の一次結合としての数学的関係が成立することである。

基本変数の関数である基底関数の組 ( $f_1 \dots f_q$ ) を予め定める。入力データ  $d(i)$  に対応する基底関数の値の組  $F(i) = (F_{1i} \dots F_{qi})$  を求める。 $F(i)$  を  $q$  次元空間の点を考える。これら点から行列式の余因子から、またはこれら点からの垂線の長さの二乗和が最も小さい写像平面を固有値問題として求める。上記平面の方向余弦が ( $L_1 \dots L_q$ ) である時、次の数学的関係を生ずる。

$$\sum_{k=1}^q (L_k \cdot f_k) = 0$$

本発明はデータの補間、軌道の同定、形状の同定等に使うことができる。

PCTに基づいて公開される国際出願のパンフレット第一頁に掲載されたPCT加盟国を同定するために使用されるコード(参考情報)

AE アラブ首長国連邦	ES スペイン	LI リヒテンシュタイン	SG シンガポール
AL アルバニア	FI フィンランド	LK スリ・ランカ	SI スロヴェニア
AM アルメニア	FR フランス	LR リベリア	SK スロヴァキア
AT オーストリア	GA ガボン	LS レソト	SL シェラ・レオネ
AU オーストラリア	GB 英国	LT リトアニア	SN セネガル
AZ アゼルバイジャン	GD グレナダ	LU ルクセンブルグ	SZ スワジランド
BA ボスニア・ヘルツェゴビナ	GE グルジア	LV ラトヴィア	TD チャード
BB バルバドス	GH ガーナ	MC モナコ	TG トーゴ
BE ベルギー	GM ガンビア	MD モルドヴァ	TJ タジキスタン
BF ブルキナ・ファソ	GN ギニア	MG マダガスカル	TM トルクメニスタン
BG ブルガリア	GW ギニア・ビサウ	MC マケドニア旧ユーゴスラヴィア	TR トルコ
BJ ベナン	GR ギリシャ	共和国	TT トリニダード・トバゴ
BR ブラジル	HR クロアチア	ML モンゴル	UA ウクライナ
BY ベラルーシ	HU ハンガリー	MN モンゴリア	UG ウガンダ
CA カナダ	ID インドネシア	MR モリタニア	US 米国
CF 中央アフリカ	IE アイルランド	MW マラウイ	UZ ウズベキスタン
CG コンゴ	IL イスラエル	MX メキシコ	VN ヴイエトナム
CH スイス	IN インド	NE ニジェール	YU ユーゴスラビア
CI コートジボアール	IS アイスランド	NL オランダ	ZA 南アフリカ共和国
CM カメルーン	IT イタリア	NO ノルウェー	ZW ジンバブエ
CN 中国	JP 日本	NZ ニュー・ジーランド	
CU キューバ	KE ケニア	PL ポーランド	
CY キプロス	KG キルギスタン	PT ポルトガル	
CZ チェコ	KP 北朝鮮	RO ルーマニア	
DE ドイツ	KR 韓国	RU ロシア	
DK デンマーク	KZ カザフスタン	SD スーダン	
EE エストニア	LC セントルシア	SE スウェーデン	

## 明細書

## 数学的関係同定装置および方法

5

## &lt;技術分野&gt;

本発明は、多変数の測定データの変数間の数学的関係を同定する数学的関係同定装置に関する。

10 本発明の数学的関係同定装置とは、形状、軌道等に関する多変数の数値データの外挿、内挿、変形、保存を容易にするために、それらの変数を表す数学的関係を同定する装置である。例えば次のように利用できる。

1) 物体の形状を表現する：自動車の形状の設計において、その形状を位置座標の数値データの組として表現することができる。しかし、自動車の形状を多数のパラメータを含む数式  
15 で表現することができれば、データの内挿、外挿ができ、そのパラメータを変えることにより新しい形状ができる。またその形状の空気抵抗等の電子計算機による解析が容易になる。さらに新しい形状に対応する金型を数値制御工作機械で作ること  
20 も容易になる。

自分の足のサイズと同じサイズの靴であって、デザインが気に入った靴を靴屋で見つけても、靴の形状と足の形状が合わないために買わないことが有る。人間の足の形状には様々なタイプがあるので、2又は3の数値からなるサイズ表示では不十分  
25 であるからである。足や靴等の複雑な形状を数式で表すためのパラメータを少ない測定データで決定する装置や方法は知ら

れていない。

2) 非線形関数である実験データの数学的関係を同定する：非線形なデータであっても、線形近似をして内挿、外挿をすることが行われている。非線形なデータであっても、その  
5 数学的関係を特定できると、線形近似をすることなく内挿、外挿をすることができる。例えば食品Xを作る時、その材料A、Bの濃度X、Yと圧力Pと処理温度Tの関数として、その食品の特性（例えばあるアミノ酸の濃度Z）が定まる時、最適のZ  
10 Z、P、Tの数学的関係を求めることができれば、その数学関数を用いて最適のZを与えるX、Y、P、Tを決定することができ、新製品の開発が容易である。

例えばX、Y、Z、P、Tに次の数学的関係があるとする：  
$$Z / (X \cdot Y) = K_0 + K_1 \cdot P + K_2 \cdot T + K_3 \cdot X$$

15 この場合、パラメータK<sub>0</sub>、K<sub>1</sub>、K<sub>2</sub>、K<sub>3</sub>を少ない実験回数で求める装置や方法は知られていない。

3) 運動物体の軌道を表現する：例えば、プロゴルフのクラブヘッドの運動の軌跡はほぼ傾いた平面軌道を持つが、アマチュアゴルフのクラブヘッドの軌跡は、平面軌道ではないと言  
20 われている。クラブヘッドの軌跡は直線ではないので、その軌跡の数学的表現は単純ではない。数学的関係同定装置は、このような運動物体の軌跡の軌道の数学的関係を同定し、それを分析することを可能にする。

飛行場のまわりを旋回している飛行機、海上を航行している  
25 船舶、道路上を走行している車両等の直進運動はしていないが、進行方向の変化が比較的ゆるやかな運動物体の運動の数学的

関係を同定することにより、それらが衝突する可能性があるか否かを判断できる。

#### <背景技術>

##### (従来技術)

5

測定データから数学的関係を同定する種々の方法が提案されている。例えば、入力データ ( $x_i$ 、 $y_i$ ) の間に1次関数  $y = ax + b$  が成立すると仮定して、最少二乗法で  $a$ 、 $b$  を定めることが広く行われている。対数変換してから最少二乗法を適用することも広く行われている。

10

測定データから数学的関係を同定する方法は、J. C. MILLER / J. N. MILLER (宗森信訳) の「データの取り方まとめ方」(共立出版株式会社1991年)に簡潔に纏められている。

15

点列形状データを関数で近似する装置が特開平5-334431に開示されている。この発明は、点列形状以外のデータあるいは3次元以上のデータには適用できない。

20

$n$ 次元データに対して  $(n+1)$ 次元の超平面を用いて、データの補間をする装置が特開平5-266063に開示されている。この発明では、データの補間をするが、そのデータの数学的関係を同定することはない。

##### (発明の課題)

本発明は、1組の入力データ  $d$  が  $p$  個の基本変数 ( $x_1 \dots x_p$ ) から成り、パラメータ  $i$  で区別されるそのような入力データの組  $d(i)$  が多数個入力された時、基本変数 ( $x_1 \dots x_p$ ) の間に成立する数学的関係を出力する数学的関係同定装

25

置および方法を提案することを課題とする。

< 発明の開示 >

(記号、用語)

本発明を説明する前に、この明細書および請求の範囲で使用  
5 されている記号、用語の意味を説明する。

・記号“ $\wedge$ ”はべき乗を表す(例えば  $(-2)^3 = -8$ )。  
べき乗は上付き添え字でも表す(例えば  $(-2)^3 = -8$ )。

・記号“ $\cdot$ ”は掛け算を表す(例えば  $2 \cdot 3 = 6$ )。但し誤解  
10 がないときは、この記号を省略する(例えば  $2x + 3y = 0$  は  
 $2 \cdot x + 3 \cdot y = 0$ )。

・記号“ $\langle a \cdot b \rangle$ ”は内積(スカラ積)を表す。

・“基本変数  $x_1 \dots x_p$ ”は、本発明の装置に入力される  
データ(例えば座標  $x, y, z$ 、圧力  $p$ 、時間  $t$ )の変数名で  
ある。

15 ・“入力データ  $d$ ”は、基本変数  $(x_1 \dots x_p)$  の組をい  
う。

・“ $d = (x_1 \dots x_p)$ ”は、入力データ  $d$  の基本変数が  
 $p$  個であり、最後の基本変数が  $x_p$  であることを意味する。

20 ・“入力データ  $d(i)$ ”は、 $i$  番目の入力データ  $d$  である。  
 $i$  をデータ特定パラメータと呼ぶ。

・“ $x_{ji}$ ”は、 $i$  番目のデータ  $d(i)$  の  $j$  番目の基本変数  
 $x_j$  の値である。

25 ・“数学関数プログラム”とは、変数引数の値に対応する出力  
値を数学的演算あるいはテーブルを用いて出力するプログラ  
ムである。

- ・ “変数引数と関数特定引数”：例えば2変数関数としての  $\exp(k \cdot x)$  は2つの変数引数  $k$  と  $x$  を持つ。しかし1変数関数としての  $\exp(k \cdot x)$  は、入力変数としての1つの変数引数  $x$  と、関数を特定するパラメータとしての引数  $k$  を持つ。
- 5 関数を特定するための引数を、「関数特定引数」とよび、入力変数としての引数を「変数引数」と呼ぶ。
  - ・ “関数指定パラメータ  $m$ ” は、数学関数プログラム  $g_m$  を指定するパラメータである。
- 10 　・ “基底関数” とは、数学関数プログラム格納用メモリに格納されている数学関数プログラム  $g_m$  から特定の数学関数プログラム  $g_k$  を指定し ( $m = k$ )、その数学関数  $g_k$  の各変数引数に代入されるべき基本変数と、必要に応じて関数特定引数を指定したものである。ただし定数関数は変数引数に関係なく一定の値を出力する関数であるので、変数引数を特定する必要がない。
- 15 　・ “候補数学的関係” とは、基底関数の組 ( $f_1 \dots f_q$ ) をいい、本発明ではこれらの基底関数の一次結合として入力データの数学的関係を同定する。
- 20 　・ “仮の候補数学的関係” とは、候補数学的関係を順次変えながら最適の数学的関係を求める際、仮に候補数学的関係として選ばれた基底関数の組をいう。
- ・ “( $f_1 \dots f_q$ )” は、その候補基底関数が  $q$  個の基底関数からなり、最後の基底関数が  $f_q$  であることを意味する。
- 25

・“ベクトル成分  $F_{ki}$ ”とは、基底関数  $f_k$  の変数引数に、  
入力データ  $d(i)$  の基本変数 ( $x_1 \dots x_p$ ) の値を代入  
した値である。

・“ベクトル  $F(i)$ ”とは、ベクトル成分  $F_{ki}$  ( $k=1 \dots$   
5  $q$ ) からなる  $q$  次元ベクトルである。

・“ベクトル成分配列  $VC\_ARRAY$ ”とは、ベクトル成分  
 $F_{ki}$  を格納した 2 次元配列である。

・“ベクトル空間  $F$ ”とは、 $q$  次元ベクトル  $F(i)$  が作る空  
間である。

10

・“平面”とは、 $q$  次元ベクトル空間において、 $L_1, L_2, \dots$   
 $L_q$  を定数とする時、次式が成立する点の集合をいう（付録  
B）。

$$L_1 \cdot x_1 + \dots + L_q \cdot x_q = 0 \quad \dots (1)$$

15 ・“方向余弦”とは、式 (1) が成り立つ時、次のように規格  
化した ( $L_1 \dots L_q$ ) をいう：

$$(L_1)^2 + (L_2)^2 \dots + (L_q)^2 = 1 \quad \dots (2)$$

・“写像平面”とは、入力データ  $d(i)$  のベクトル空間  $F$  へ  
の写像が平面である時またはほぼ平面であるときはその平面  
20 をいい、また、その写像からの垂線の長さの二乗和がゼロまた  
はゼロに近い（所定値  $\lambda_0$  より小さい）平面をもいう（付録 A）。

・“平面度指標  $PI$ ”とは、ベクトル  $F(1) \dots F(q)$   
がどの程度平面に近いかを示す指標である。工業的、商業的根  
拠により任意に定めることができる（付録 D）。

25

・“相関和  $\langle a | b \rangle$ ”とは、基底関数  $f_a$  から得られるベク



トル成分  $F_{a i}$  と、基底関数  $f_b$  から得られるベクトル成分  $F_{b i}$  の積を入力データ指定パラメータ  $i$  で和を求めたものである（付録 F）。

$$\langle a | b \rangle = \sum (F_{a i} \cdot F_{b i}) \quad \dots (3a)$$

- 5 必要に応じて重みの二乗  $W_i^2$  を掛けたそれらの積の和をも意味する。

$$\langle a | b \rangle = \sum W_i^2 (F_{a i} \cdot F_{b i}) \quad \dots (3b)$$

・ “相関和行列 C” とは、相関和  $\langle a | b \rangle$  を行列要素とする行列である。

- 10 (解決手段)

本発明の課題は請求項 1 の数学的関係同定装置および請求項 10 の数学的関係同定方法によって解決される。本発明の原理は付録 A に説明されている。

- 15  $p$  個の基本変数  $x_j$  ( $j = 1, \dots, p$ ) からなる一連のデータ  $d(i)$  は、 $d(i) = (x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{pi})$  を単位として、データ取得手段により取得される。

数学関数プログラム用メモリに多数の数学プログラム  $g_m$  が格納されている。

- 20 基底関数定義手段は、数学関数プログラム格納用メモリに格納されている数学関数プログラム  $g_m$  から特定の数学関数プログラム  $g_k$  を指定し ( $m = k$ )、その数学関数  $g_k$  の各変数引数に代入されるべき基本変数と、必要に応じて関数特定引数を指定することにより基底関数を定義する。

- 25 候補数学的関係指定手段は基底関数の組 ( $f_1, \dots, f_q$ ) を指定することにより仮の候補数学的関係を指定する。数学的

関係はそれらの基底関数 ( $f_1 \dots f_q$ ) の一次結合として同定される。候補数学的関係指定手段が複数の仮の候補数学的関係を順次に指定するように構成することもできる。

ベクトル成分取得手段は、パラメータ  $i$  で特定されるデータ  $d(i)$  毎に、候補数学的関係に含まれる基底関数  $f_k$  ( $k = 1 \dots q$ ) に、それぞれの変数引数に基本変数の値を送って、関数  $f_k$  の関数値  $F_{ki}$  ( $k = 1, 2 \dots q$ ) を求める。その結果を 2 次元配列に格納する。その配列をベクトル成分配列  $VC\_ARRAY$  と呼ぶ。基底関数が  $f_k$  ( $k = 1 \dots q$ ) であって、 $s$  組のデータを転送した時、ベクトル成分配列  $VC\_ARRAY$  は ( $q \times s$ ) の 2 次元配列となる。

$F_{ji}$  ( $j = 1, 2, \dots, q$ ) を一つのベクトル  $F(i)$  と考えて、ベクトル成分配列  $VC\_ARRAY$  には、次のようにベクトル  $F(i)$  を単位として関数値が格納される。

$$\begin{aligned} F(1) &= (F_{11} \quad F_{21} \quad \dots \quad F_{q1}) \\ F(2) &= (F_{12} \quad F_{22} \quad \dots \quad F_{q2}) \\ &\dots \dots \dots \end{aligned}$$

配列  $VC\_ARRAY$  の  $q$  個のデータを、 $q$  次元のベクトル空間  $F$  の点  $P(i)$  の座標であると考え、候補数学的関係の一次結合が正しければ、これらの点はこのベクトル空間  $F$  内の 1 つの平面上 (写像平面) の点である。候補数学的関係がほぼ正しければそれらの点  $P(i)$  はある平面 (写像平面) の近傍に分布する。付録 C で説明するように、写像平面は、 $F_{ji}$  が作る行列式から、あるいは付録 F で説明するように、点  $P(i)$  からその平面におろした垂線の長さの二乗和が極小である平面として求めることができる。

方向余弦取得手段は点  $P(i)$  ( $i = 1 \dots q$ ) を通る平面、または点  $P(i)$  からの垂線の二乗和が極小になる平面である写像平面を求め、その方向余弦 ( $L_1 \dots L_q$ ) を取得して、出力する。

- 5 数学的関係出力手段は、 $q$  個の方向余弦 ( $L_1 \dots L_q$ ) を結合係数とする、基底関数  $f_k$  ( $k = 1 \dots q$ ) の次の一次結合またはこれから導出される数式を数学的関係として同定して出力する。

$$10 \quad \sum_{k=1}^q (L_k \cdot f_k) = 0 \quad \dots (4)$$

一つの実施形態では、方向余弦取得手段は、関数値  $F_{ji}$  が作る行列式  $V$  の余因子を用いて写像平面の方向余弦を取得する。この方法の数学的基礎は付録 C に記載されている。

- 15 他の実施形態では、方向余弦手段は、関数値  $F_{ji}$  の配列の相関行列  $C$  の固有ベクトルから方向余弦を求める。この方法の数学的基礎は付録 F に記載されている。

別の実施形態では、基底関数定義手段が複数の候補数学的関係を定義しており、上記方向余弦取得手段で計算した固有値  $\lambda$   
 20 が基準の値より小さくならない時、他の候補数学的関係を仮の候補数学的関係として設定して、再び方向余弦を取得し、その固有値  $\lambda$  が基準値より小さくなるまでこれを繰り返す。この結果、自動的に最適の数学的関係が得られる。

一つの実施形態では、数学的関係同定装置が、データを補間  
 25 または外挿する装置に組み込まれている。例えばパラメータを複数個含むシステムの実験式を求める時、予め候補数学的関係

を理論的にまたは経験的に基底関数の一次結合として仮定しておき、本発明の装置で方向余弦を求め、妥当性を評価することにより実験式を得る。

別の実施形態では、数学的關係同定装置が軌道測定装置に組み込まれている。運動する物体（例えばゴルフクラブのクラブヘッド）の軌道上の点の座標を有限個測定し、予め候補数学的關係を理論的にまたは経験的に仮定しておき、本発明の装置で方向余弦を求め、妥当性を評価することにより軌道の実験式を得る。

10 更に別の実施形態では、数学的關係同定装置が物体（例えば顔、足、靴）の表面形状、内面形状を測定する装置に組み込まれている。その表面上の有限個の点の位置座標を計測し、予め候補数学的關係を理論的にまたは経験的に仮定しておき、本発明の装置で方向余弦を求め、妥当性を評価することにより、形状を表す測定式を求める。

本発明の一つの実施形態は、請求項1の発明の主要部をソフトウェアでコード化したものを格納したコンピュータ読み取り可能な記憶媒体である。

本発明の一つの実施形態は、請求項1の装置の発明に対応する20 方法の発明である。

### <図面の簡単な説明>

図1は、本発明の数学的関係同定装置の好ましい実施例のブロックダイアグラムである。

図2は、本発明の数学的関係同定装置および方法における、  
5 処理の流れを示すフローチャートである。

図3は、人間の足の形状を同定する応用例を示す。

図4は、靴の内面の形状を同定する応用例を示す。

図5は、ゴルフクラブのクラブヘッドの軌道を同定する応用例を示す。

10 図6は、ピッチャーの投げたボールの軌道を同定する応用例を示す。

図7は、圧力P、温度T、濃度X、Y、Zの関係を求める応用例を示す。

### <発明を実施するための最良の形態>

15 図1と図2に本発明の装置と方法が示されている。

A データ取得手段(1)とデータ取得過程(P1)：

データ取得過程P1：数学的関係同定装置のデータ取得手段(1)が、図示しない前段のデータ出力手段(例えば数値を入力するコンピュータのキーボード、コンピュータのディスプレイ  
20 イ内でカーソルやマウスで指定した位置座標を特定する位置座標特定装置、倣い加工における見本の表面の位置座標を測定するスタイラスからの位置データ取得手段、CCDカメラを用いて運動物体の画像情報を得てそれを位置座標に変換する位置座標検出手段、レーダで運動物体の位置座標を検出する位置  
25 座標検出装置等)から、データを取得する。

データ取得手段(1)は、一連のデータd(i)を取得する。

各データ  $d(i)$  は  $p$  個の変数  $x_j$  ( $j = 1 \dots p$ ) から成る。

データ取得手段 (1) で取得されるデータ  $d(i)$  の例を図 3-7 に示す。

- 5 図 3 の (a) (b) (c) は、足の形状の例を示す。この例では形状を特定するために、点  $P_1 \dots P_{14}$  の 2 次元座標  $(x, y)$  を測定する。この場合、データ  $d$  は 2 つの基本変数  $(x, y)$  から成る ( $d = (x, y)$ )。データ取得手段 (1) は、必要に応じて、この直角座標  $(x, y)$  を、例えば、特定の点 (例えば図の O 点 (足の最も内側の点から距離  $x_0$  だけ外側で、かつ足の最も後ろの点からより  $y_0$  だけ前の点)) を基準とする極座標  $(r, \theta)$  に変換する座標変換手段を備える。

- データ取得手段 (1) が足の点  $P_1 \dots$  の 3 次元座標  $(x, y, z)$  を測定することも可能である。この場合データ  $d(i)$  15 は 3 個の基本変数  $(x, y, z)$  からなる。必要に応じて、この 3 次元座標を、例えば鉛直方向軸 ( $z$  軸) を中心とする円筒座標  $(r, \theta, z)$  に変換する座標変換手段を備える。

- 図 4 は、靴の内面の形状を特定するために、点  $P_1 \dots P_{14}$  の 2 次元座標  $(x, y)$  を測定する例を示す。この場合、 20 データ  $d(i)$  は 2 個の基本変数  $(x, y)$  から成る。データ取得手段 (1) が点  $P_1 \dots$  の 3 次元座標  $(x, y, z)$  を測定することも可能である。この場合データ  $d(i)$  は 3 個の基本変数  $(x, y, z)$  からなる。図 3 の例と同様に、必要に応じて、例えば極座標  $(r, \theta)$ 、円筒座標  $(r, \theta, z)$  に 25 変換する座標変換手段を備える。

図 5 は、ゴルフのクラブヘッドの軌道上の点 (例えば 15 個

の点)の座標 $(x, y, z)$ を時間 $t$ の関数として測定する例を示す。データ $d(1) \dots d(15)$ はそれぞれ4個の基本変数 $(t, x, y, z)$ から成る。

図6は、ピッチャーの投げたボールの軌道を特定するために  
5 点(例えば5個の点)の座標 $(x, y, z)$ を時間 $t$ の関数として測定する例を示す。この場合、データ $d(1) \dots d(5)$ は4つの基本変数 $(t, x, y, z)$ からなる。

図7は、圧力 $P$ 、温度 $T$ 、成分 $A$ の濃度 $X$ 、成分 $B$ の濃度 $Y$ と、製品の濃度 $Z$ の数学的関係を調べる時に、 $X$ と $T$ の値を固  
10 定してデータ $(P, T, X, Y, Z)$ を測定した時の $P, Y, Z$ の関係を示す複数の曲面を示す。データ取得手段は曲面上の点 $d(1) \dots d(20)$ のデータ $(P, T, X, Y, Z)$ を取得する。この場合、データ $d(i)$ は5つの基本変数 $(P, T, X, Y, Z)$ から成る。

15 データ取得手段(1)はデータ取得プログラムのファイル(F1)として実現できる。

B 入力データ配列作成手段とデータ配列作成過程(P2) :

データ配列作成過程P2 : 好ましくは、この一連のデータ $d$   
20  $(i)$ は、 $d(i)$ を単位として、入力データ用メモリ(2)の中のデータ配列DATA\_ARRAYに格納される。 $s$ 組のデータ $d(i)$  ( $i = 1 \dots s$ )を取得した時データ配列DATA\_ARRAYは $(p \times s)$ の2次元配列になる。図3、図4の例では $s = 14$ 、図5の例では $s = 15$ 、図6の例では  
25  $s = 5$ 、図7の例では $s = 20$ である。

DATA\_ARRAY

$$d(1) = (x_{11}, x_{21}, \dots, x_{p1})$$

$$d(2) = (x_{12}, x_{22}, \dots, x_{p2})$$

$$\dots$$

$$d(s) = (x_{1s}, x_{2s}, \dots, x_{ps})$$

- 5     データ配列作成手段は、データ配列作成プログラム (F2) として実現できる。但し、データ配列 DATA\_ARRAY を作成することは不可欠ではない。データ取得手段 (1) で取得したデータを直接にベクトル成分取得手段 (6) に送る実施形態も可能である。

10

C   数学関数プログラム作成手段 (3) と数学関数プログラム格納過程 (P3) :

- 15     数学関数プログラム格納過程 P3 : 例えば、コンピュータに内蔵されている汎用数学関数、例えば加減乗除、べき乗、指数関数、対数関数、三角関数、さらにはコンピュータには内蔵されていない特別にプログラムされた関数 (例えばベッセル関数) に、仮の変数引数 IN (1)、IN (2) . . . および必要に応じて関数特定引数を組み合わせることによって数学関数プログラムを作成する。作成された数学関数は数学関数プログラム用メモリに格納される。仮の変数引数の数は数学関数によって異なる。数学関数プログラム作成手段は、作成されたプログラムのリストとして実現することも、必要に応じて数学関数プログラムを作成するプログラム (F3) としても実現できる。

- 25     例えばコンピュータに内蔵されている掛け算関数に、二つの仮の入力引数 IN (1) と IN (2) を組み合わせて一つの数



学関数プログラム  $g = \text{IN}(1) \cdot \text{IN}(2)$  を定義できる。

以下に、数学関数の例を示す。

定数関数は変数引数の数がゼロである：

5  $g_0 = 1 \quad \dots (5-0)$

変数引数がただ一つ ( $\text{IN}[1]$ ) である例：

$g_1 = \text{IN}(1) \quad \dots (5-1)$

$g_2 = \text{IN}(1)^2 \quad \dots (5-2)$

$g_3 = \text{IN}(1)^3 \quad \dots (5-3)$

10  $g_4 = \cos(\text{IN}(1)) \quad \dots (5-4)$

$g_5 = \cos(2 \cdot \text{IN}(1)) \quad \dots (5-5)$

$g_6 = \sin(\text{IN}(1)) \quad \dots (5-6)$

$g_7 = \sin(2 \cdot \text{IN}(1)) \quad \dots (5-7)$

$g_8 = \text{IN}(1) \cdot \cos(\text{IN}(1)) \quad \dots (5-8)$

15  $g_9 = \text{IN}(1) \cdot \sin(\text{IN}(1)) \quad \dots (5-9)$

変数引数が2つ ( $\text{IN}[1]$ 、 $\text{IN}[2]$ ) である例：

$g_{10} = \text{IN}(1) \cdot \text{IN}(2) \quad \dots (5-10)$

$g_{11} = \text{IN}(1) \cdot \cos(\text{IN}(2)) \quad \dots (5-11)$

20  $g_{12} = \text{IN}(1) \cdot \sin(\text{IN}(2)) \quad \dots (5-12)$

$g_{13} = \text{IN}(1)^2 \cdot \text{IN}(2) \quad \dots (5-13)$

変数引数が3つ ( $\text{IN}(1)$ 、 $\text{IN}(2)$ 、 $\text{IN}(3)$ ) である例：

$g_{14} = \text{IN}(1) \cdot \text{IN}(2) \cdot \text{IN}(3)$

25  $\dots (5-14)$

変数引数が4つ ( $\text{IN}[1]$ 、 $\text{IN}[2]$ 、 $\text{IN}[3]$ 、 $\text{IN}[4]$ ) である例：

N[4]) である例:

$$g_{15} = (IN(1) - IN(2)) / (IN(3) - IN(4))$$

$$\dots (5-15)$$

$$g_{16} = (IN(1) \wedge IN(2)) \cdot (IN(3) \wedge IN(4))$$

$$\dots (5-16)$$

5

以下の例の説明では、関数  $g_0$ 、 $g_1$ 、 $g_2$ 、 $g_3 \dots$  は、ここで定義した意味で使う。しかしこの定義は単に具体例の説明のためだけのものである。

10 D 基底関数定義手段(4)と基底関数定義過程(P4):

基底関数定義過程P4: 基底関数定義手段(4)は、数学関数プログラム用メモリ(3)から特定の数学関数  $g_k$  を指定する関数指定パラメータ  $k$  と ( $m=k$ )、 $k$  で特定される数学関数  $g_k$  の  $r$  番めの仮の変数引数  $IN(r)$  に入力変数として代入されるべき基本変数を指定することによって一つの基底関数  $f$  を定義する(但し定数関数( $g_0$ )には、変数引数は指定する必要がない)。同一の数学関数プログラムであっても、変数引数  $IN(r)$  に代入されるべき基本変数が異なる時は、異なる基底関数である。

15

20 基底関数  $f$  は、基底関数定義配列  $BF\_ARRAY$  に格納される

例えば一組の入力データ  $d$  が基本変数 ( $x_1$ 、 $x_2$ 、 $x_3$ ) の組からなる時、定数関数、関数  $x_1$ 、関数  $x_2$ 、関数  $x_1 \cdot x_2$ 、関数  $x_1 \cdot x_3$ 、関数  $(x_1)^2$ 、関数  $(x_2)^2$ 、微分  $dx_1/dx_3$  に対応する基底関数は、数学関数プログラム  $g_0$ 、 $g_1 \dots$  を用いて、それぞれ次のように定義できる。

25

		B F _ A R R A Y	
出力	数学関数 プログラム	仮の変数引数に 代入される基本変数	
1	g 0	-----	
5	x 1	g 1	I N ( 1 ) = x 1
	x 1 <sup>2</sup>	g 2	I N ( 1 ) = x 1
	x 1 · x 2	g 8	I N ( 1 ) = x 1
			I N ( 2 ) = x 2
	x 1 · x 3	g 8	I N ( 1 ) = x 1
10			I N ( 2 ) = x 3
	x 1 <sup>2</sup>	g 2	I N ( 1 ) = x 1
	x 2 <sup>2</sup>	g 2	I N ( 2 ) = x 2
	d x 1 / d x 3	g 1 4	I N ( 1 ) = x 1 ( i + 1 )
	(微分)		I N ( 2 ) = x 1 ( i )
15			I N ( 3 ) = x 3 ( i + 1 )
			I N ( 4 ) = x 3 ( i )
( i はデータ特定パラメータ )			

基底関数定義手段 ( 4 ) は、基底関数を定義するプログラムを格納したファイル ( F 4 ) あるいは定義された基底関数を格納したメモリとして実現できる。

E 候補数学関係指定手段 ( 5 ) と候補数学的關係指定過程 ( P 5 ) :

候補数学的關係指定過程候 P 5 : 補数学的關係指定手段 ( 5 ) は、基底関数定義手段で定義された基底関数の中から選ばれた基底関数の組を指定する。候補数学的關係は、理論的根

拠あるいは経験法則によって定められる。仮の候補数学的關係は一義的に決まるものではなく、その分野の技術者が、彼の技術的知識を用いて、少ない数の簡単な数学関数を使って、適切に対象の数学的關係を表現できるものを選んで定めるべきものである。

図5のゴルフのクラブヘッドの軌跡の数学的關係として、例えば次の式が考えられる：

$$\#1) \quad p \cdot x^2 + q \cdot y^2 + r \cdot z^2 + a \cdot x + b \cdot y + c \cdot z + d_0 + d_1 \cdot t + d_2 \cdot t^2 = 0 \quad \dots (6)$$

$$\#2) \quad a \cdot x + b \cdot y + c \cdot z + d \cdot 1 = 0 \quad \dots (7)$$

#1) は楕円体面上の運動であって、中心が移動せず、大きさが時間  $t$  の2次関数で変化しているモデルである。#2) は現実の空間で平面内の運動であって、その平面は原点からの距離が  $d$  で、方向余弦が  $(a, b, c)$  であるモデルである。#1) と #2) の両方が成立すれば、ゴルフのクラブヘッドの軌道は大きさが変化する楕円体面と一定の平面の交差線として、数学的關係が同定される。

#1) の場合には次の基底関数の組  $(f_1, \dots, f_9)$  を候補数学的關係として選ぶ：

20	基底関数	C F (1)	変数引数
		数学関数	変数引数
		プログラム	I N (1)
	$f_1 = x^2$	g 2	x
	$f_2 = y^2$	g 2	y
25	$f_3 = z^2$	g 2	z
	$f_4 = x$	g 1	x

	$f\ 5 = y$	$g\ 1$	$y$
	$f\ 6 = z$	$g\ 1$	$z$
	$f\ 7 = 1$	$g\ 0$	—
	$f\ 8 = t$	$g\ 1$	$t$
5	$f\ 9 = t^2$	$g\ 2$	$t$

# 2) の場合には次の基底関数の組 ( $f\ 1 \dots f\ 4$ ) を候補数学的関係として選ぶ:

C F (2)		
10 基底関数	数学関数	変数引数
	プログラム	I N (1)
	$f\ 1 = x$	$g\ 1$ $x$
	$f\ 2 = y$	$g\ 1$ $y$
	$f\ 3 = z$	$g\ 1$ $z$
15	$f\ 4 = 1$	$g\ 0$ —

図 3 の足の形状の入力データ  $d(i)$  が、O 点を基準とする極座標 ( $r$ 、 $\theta$ ) で表されているとする。この時、足の形状を図 3 の形状 (d)、(e)、(f) で近似すると、各形状 d, e, f は図 3 の (g) に示すように  $r = r(\theta)$  の形式で表現できる。r と  $\theta$  の数学的関係を、例えば次の数学的関係で同定するとする:

$$\begin{aligned}
 \# 1) \quad r = & a + b \cdot \theta + c \cdot \theta^2 \\
 & + d \cdot \cos \theta + e \cdot \cos 2 \theta \\
 & + f \cdot \sin \theta + g \cdot \sin 2 \theta \\
 & + h \cdot \theta \cos \theta + i \cdot \theta \sin \theta \quad \dots (8)
 \end{aligned}$$

この時、次の関数に対応する基底関数の組 ( $f_1 \dots f_{10}$ ) を選ぶことにより候補数学的関係を指定する。

## CF (3)

基底関数	数学関数 プログラム	変数引数 IN (1)
5 $f_1 = 1$	$g_0$	—
$f_2 = \theta$	$g_1$	$\theta$
$f_3 = \theta^2$	$g_2$	$\theta$
$f_4 = \cos \theta$	$g_4$	$\theta$
10 $f_5 = \cos 2\theta$	$g_5$	$\theta$
$f_6 = \sin \theta$	$g_6$	$\theta$
$f_7 = \sin 2\theta$	$g_7$	$\theta$
$f_8 = \theta \cos \theta$	$g_8$	$\theta$
$f_9 = \theta \sin \theta$	$g_9$	$\theta$
15 $f_{10} = r$	$g_{10}$	$r$

この基底関数の組は例示に過ぎず、他の基底関数の組を候補数学的関係とすることもできる。

図4の靴の内形の数学的関係も同様な基底関数および仮の候補数学的関係が考えられる。

20

図6のピッチャの投げたボールの軌跡の数学的関係として、直角座標系 ( $x, y, z$ ) において、例えば次の関係が運動のモデルとして考えられる：

$$\begin{aligned}
 & x + a_0 + a_1 \cdot t + a_2 \cdot t^2 = 0 \quad \dots (9-1) \\
 25 \quad & y + b_0 + b_1 \cdot t + b_2 \cdot t^2 = 0 \quad \dots (9-2) \\
 & z + c_0 + c_1 \cdot t + c_2 \cdot t^2 = 0 \quad \dots (9-3)
 \end{aligned}$$

このモデルでは、例えば  $x$  について、次の関数に対応する基底関数の組 ( $f_1 \dots f_4$ ) を選ぶことにより候補数学的関係を指定する。

## CF (4)

5	基底関数	数学関数 プログラム	変数引数 IN (1)
	$f_1 = x$	$g_1$	$x$
	$f_2 = 1$	$g_0$	—
	$f_3 = t$	$g_1$	$t$
10	$f_4 = t^2$	$g_2$	$t$

変数  $y$ 、 $z$  についても、同様に仮の候補数学的関係を指定する。

図 7 の圧力  $P$ 、温度  $T$ 、成分 A の濃度  $X$ 、成分 B の濃度  $Y$  と、  
15 製品の濃度  $Z$  の間に次の関係が成り立つと経験的に分かっているとする：

$$Z / XY = K_0 + K_1 \cdot P + K_2 \cdot T + K_3 \cdot X \dots (10-1)$$

この式は、次のように変形できる

$$20 \quad K_0 \cdot XY + K_1 \cdot XYP + K_2 \cdot XYT + K_3 \cdot X^2Y - Z = 0 \dots (10-2)$$

この時、次の関数に対応する基底関数の組 ( $f_1 \dots f_5$ ) を選ぶことにより候補数学的関係を指定する：

$$f_1 = X \cdot Y, f_2 = X \cdot T \cdot P, f_3 = X \cdot Y \cdot T, f_4 =$$

25  $X^2 \cdot T, f_5 = Z$

## CF (5)

	基底関数	数学関数	変数引数		
			IN (1)	IN (2)	IN (3)
		プログラム			
	$f_1 = XY$	$g_{10}$	X	Y	
5	$f_2 = XYP$	$g_{14}$	X	Y	P
	$f_3 = XYT$	$g_{14}$	X	Y	T
	$f_4 = X^2 T$	$g_{13}$	X	T	
	$f_5 = Z$	$g_1$	Z		

候補数学的関係指定手段は、仮の候補数学的関係を指定する  
 10 プログラムを格納したファイル (F 5) 及び／または候補数学  
 的關係として基底関数の組を格納したメモリとして実現でき  
 る。このプログラムは、妥当性評価手段からの信号に応じて、  
 順次異なる候補数学的関係を指定するプログラムを含むこと  
 もできる。

15

F ベクトル成分取得手段 (6) とベクトル成分取得過程 (P  
 6) およびベクトル成分配列メモリ (7) :

ベクトル成分取得過程 P 6 : 各基底関数の各変数引数 IN  
 (r) に基本変数  $x_j$  の値  $x_{ji}$  が送られ、そしてその数学関  
 20 数プログラムに代入されて、関数値  $F_{ki}$  が得られる。その関  
 数値  $F_{ki}$  がベクトル成分として出力される。

上記ベクトル成分取得装置 (6) は入力データ用メモリ (2)  
 のデータ配列 DATA\_ARRAY から転送される基本変数  
 の値を格納する入力臨時格納用の配列 INA を備え、この配列  
 25 INA に、配列 DATA\_ARRAY からパラメータ  $i$  毎にデ  
 ータの組  $d(i)$  が送られることが好ましい。



更に好ましくは、この配列  $INA$  の  $m$  番目の要素  $INA$  [  $m$  ] には、 $m$  番目の基本変数  $x_m$  の値  $x_{mi}$  ( $i = 1, 2, 3, \dots$ ) が順次送られるようにする。例えば  $d = (X, Y, Z, P, T)$  である時、配列  $INA$  の要素  $INA$  [ 1 ]、 $INA$  [ 2 ]、 $INA$  [ 3 ]、 $INA$  [ 4 ]、 $INA$  [ 5 ] には、それぞれ  $X, Y, Z, P, T$  のデータを格納する。さらに、基底関数定義手段における基底関数の定義において変数引数  $IN(m)$  の内容をこの配列要素  $INA$  [  $m$  ] を介して定義しておくことが好ましい。

10 例えば前ページの  $CF(5)$  の  $X, Y, Z, P, T$  を変数引数とする関数  $f_1 (=XY)$ 、 $f_2 (=XYP)$ 、 $f_3 (=XYT)$ 、 $f_4 (=X^2T)$ 、 $f_5 (=Z)$  は次のように定義する。

#### $CF(6)$

15	数学関数		変数引数		
	プログラム		$IN(1)$	$IN(2)$	$IN(3)$
	$f_1$	$g_{10}$	$INA(1)$	$INA(2)$	
	$f_2$	$g_{14}$	$INA(1)$	$INA(2)$	$INA(4)$
	$f_3$	$g_{14}$	$INA(1)$	$INA(2)$	$INA(5)$
20	$f_4$	$g_{13}$	$INA(1)$	$INA(5)$	
	$f_5$	$g_1$	$INA(3)$		

入力データ指定パラメータ  $i$  毎にデータ  $d(i)$  を入力変数配列  $INA$  に転送すると、上記配列  $INA$  を介して、基底関数  $f_k$  の変数引数  $IN(r)$  に正しい基本変数  $x_r$  が送られる。

25  $INA$  を介するにせよ、直接送るにせよ、いずれにしても、各基底関数の各変数引数  $IN(r)$  に基本変数  $x_j$  の値  $x_{ji}$

が送られ、そしてその数学関数プログラムに代入されて、関数値  $F_{ki}$  が得られる。関数値  $F_{ki}$  はベクトル成分配列  $VC\_ARRAY$  に格納される。なお全ての  $d(i)$  について  $F_{ki}$  を求めることは不可欠ではなく、 $d(i)$  のなかの一部のもの  
 5 についてだけ  $F_{ki}$  を求めるという実施形態も可能である。

例えば、 $d = (X, Y, Z, P, T)$  である場合、 $INA$  に  $d(5)$  のデータが転送されている時、次の仮の候補数学的関係 #1) の基底関数  $f_1 = XY$ 、 $f_2 = XYP$ 、 $f_3 = XYT$ 、  
 10  $f_4 = X^2Y$ 、 $f_5 = Z$  の値  $F_{15}$ 、 $F_{25}$ 、 $F_{35}$ 、 $F_{45}$ 、 $F_{55}$  は次のようにして求められる。

1) 入力変数配列  $INA[r]$  から変数引数  $IN[r]$  への転送：

15  $INA[1] = X_5 \rightarrow IN[1] = X_5$   
 $INA[2] = Y_5 \rightarrow IN[2] = Y_5$   
 $INA[3] = Z_5 \rightarrow IN[3] = Z_5$   
 $INA[4] = P_5 \rightarrow IN[4] = P_5$   
 $INA[5] = T_5 \rightarrow IN[5] = T_5$

20 2) 各基底関数の関数値の取得：

$F_{15} = XY = g_{10}(X_5, Y_5) = X_5 \cdot Y_5$   
 $F_{25} = XYP = g_{14}(X_5, Y_5, P_5) = X_5 \cdot Y_5 \cdot P_5$   
 $F_{35} = XYT = g_{14}(X_5, Y_5, T_5) = X_5 \cdot Y_5 \cdot T_5$   
 $F_{45} = X^2Y = g_{13}(X_5, Y_5) = (X_5)^2 \cdot Y_5$   
 25  $F_{55} = Z = g_1(Z) = Z_5$

データ指定パラメータ  $i$  毎に、同様な過程で、ベクトル成分

( $F_{1i}$ 、 $F_{2i}$ 、 $F_{3i}$ 、 $F_{4i}$ 、 $F_{5i}$ ) が取得される。

ベクトル成分取得手段(6)は、上記の機能を果たすベクトル成分取得プログラムを格納したファイル( $F_6$ )として実現できる。

5

パラメータ  $i$  に対応する関数値の組 ( $F_{ki}$ 、 $F_{ki}$ 、...、 $F_{ki}$ ) を一つの  $q$  次元ベクトル  $F(i)$  と考える。これらのベクトル  $F(i)$  ( $i=1, 2, \dots$ ) は、 $q$  列の 2 次元配列であるベクトル成分配列  $VC\_ARRAY$  に格納される。ベクトル成分配列  $VC\_ARRAY$  はベクトル成分配列メモリ(7)にある。配列  $VC\_ARRAY$  を示す ( $s$  はデータの数である)。

		$VC\_ARRAY$			
	$F_{11}$	$F_{21}$	$F_{31}$	...	$F_{q1}$
15	$F_{12}$	$F_{22}$	$F_{32}$	...	$F_{q2}$
	.....				
	$F_{1s}$	$F_{2s}$	$F_{3s}$	...	$F_{qs}$

G 方向余弦取得手段(8)と方向余弦取得過程(P8)：

20 方向余弦取得過程 P8：方向余弦取得手段(8)は、ベクトル成分配列  $VC\_ARRAY$  に格納されているベクトル  $F(i)$  が  $q$  次元ベクトル空間  $F$  で平面であるとき、あるいは平面の近くに分布しているとき、その平面の方向余弦を、例えば行列式の余因子あるいは行列の固有値を用いて求める。

25 G1 余因子を用いる場合：

この場合の数学的基礎は付録 C に説明されている。これはデ

ータの数が少ない時に適する。

行列式を用いる方向余弦取得手段は、最も好ましい実施例では、行列式配列形成手段（8 A 1）と、余因子計算手段（8 A 2）と、平面度指標計算手段（8 A 3）と、平面度判定手段（8 A 4）と、方向余弦出力手段（8 A 5）からなる。

行列式配列形成手段（8 A 1）は、VC\_ARRAYから任意のq個のベクトルを選び、 $(q \times q)$ の行列式を形成する。例えばq個のベクトルとして $F(1), \dots, F(q)$ を選んだ時、行列式は次のようになる。

$$\begin{vmatrix} F_{11} & F_{21} & F_{31} & \dots & F_{q1} \\ F_{12} & F_{22} & F_{32} & \dots & F_{q2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ F_{1q} & F_{2q} & F_{3q} & \dots & F_{qq} \end{vmatrix} \dots (11)$$

余因子計算手段（8 A 2）は、上記行列式の各行（第s行）について小行列式 $A_{s1}, A_{s2}, \dots, A_{sq}$ を計算する。

得られた小行列式の値 $A_{sk}$ に $(-1)^{(k+r)}$ をかけた値である余因子 $B_{sk}$ を、方向余弦 $L_k$ として出力する。この明細書では、記号 $^{\wedge}$ はべき乗を表す。 $L_1, L_2, \dots, L_q$ は二乗和を次のように規格化することにより方向余弦となる。

$$(L_1)^2 + (L_2)^2 + \dots + (L_q)^2 = 1 \dots (12)$$

平面度指標計算手段（8 A 3）は、上記小行列式から平面度指標 $PI$ を計算する。平面度指標 $PI$ は、付録Dに説明されている。

平面度判定手段 (8 A 4) は平面度指標計算手段 (8 A 3) で得られた平面度指標  $P I$  と基準値  $p i$  の差の絶対値が許容範囲  $d P I$  かどうかを判定する。平面度指標  $P I$  の基準値  $p i$  と許容範囲  $d P I$  は付録 D に説明されている。許容範囲外の場合は、行列式配列形成手段 (8 A 1) で選ばれたベクトルのなかには、誤差が大きいものがあるとして、そのデータの組み合わせを廃棄し、他のデータの組み合わせを選択させる信号を行列式配列形成手段に送る。許容範囲内の時は、方向余弦出力手段 (8 A 5) に上記余因子またはその平均値  $\langle L 1 \rangle, \dots$   
5  $\langle L q \rangle$  を方向余弦として出力させる信号を送る。

平面度判定手段 (8 A 4) に、付録 E に説明されているように、特定の余因子 (小行列式) が常にゼロであるかどうかを判定させ、特定の余因子が常にゼロである場合、候補数学的關係を選び直おさせる機能を持たせることも可能である。

15 なお、上に説明した実施の形態は最良の形態であるが、データ  $d(i)$  の誤差が少ないことが分かっている場合は、必要に応じて、ベクトル  $F(1)$ 、 $F(2)$ 、 $\dots$   $F(q)$  の作る行列式の任意の 1 つの行についてだけ余因子を求め、平面度指標の計算過程と平面度判定の過程を経ることなく、それを方向  
20 余弦として使うことも可能である。この場合、規格化は必ずしも必要ではない。

計算機を用いる行列式、小行列式、余因子の計算法は公知であるので、説明を省略する。

25 G 2 固有値を用いる方向余弦取得手段：

これは大量のデータ  $d(i)$  が得られる時に適する。この方

法の数学的基礎は付録Fに説明されている。そこに説明されているように、固有値は写像平面への各ベクトル  $F(i)$  からの垂線の長さの二乗和に対応する。また、すべての固有値が実数で非負であることが付録Gに説明されている。従って垂線の長さの二乗和について予め所定値  $\lambda_0$  を定め、その所定値  $\lambda_0$  より小さい正の固有値を求め、その固有ベクトルを求めることにより写像平面を求めることができる。

固有値を用いる方向余弦取得手段(8)は、最も好ましい実施例では、相関和計算手段(8B1)と、固有値計算手段(8B2)と、固有ベクトル計算手段(8B3)からなる。

相関和計算手段(8B1)はベクトル成分配列  $VC\_ARRAY$  のデータの  $a$  ( $a=1 \dots q$ ) 番目の要素  $F_{ai}$  と  $b$  番目 ( $b=1 \dots q$ ) の要素  $F_{bi}$  の積の和である相関和  $\langle a | b \rangle$  を計算する(付録(F3)、(F17))。得られた相関和は相関和行列  $C$  として相関和配列  $CO\_ARRAY$  に格納される。すなわち配列  $CO\_ARRAY$  の  $a$  行  $b$  列には相関和  $\langle a | b \rangle$  が格納される。下に相関和行列  $C$  を示す。

20 相関和行列  $C$

$$\begin{pmatrix} \langle 1 | 1 \rangle & \langle 1 | 2 \rangle & \dots & \langle 1 | q \rangle \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \langle q | 1 \rangle & \langle q | 2 \rangle & \dots & \langle q | q \rangle \end{pmatrix} \dots (13)$$

25

固有値計算手段(8B2)は相関和配列で作られる相関和行

列Cの永年方程式の固有値の中で、ゼロに近い（例えば予め設定した所定値 $\lambda_0$ より小さい）正の固有値 $\lambda_1, \lambda_2, \dots$ を計算する。

- 全固有値計算手段（ALL）を用いて全ての固有値を求めて、
- 5 比較手段（COMP）を用いてその中から所定値 $\lambda_0$ より小さいものを選ぶことも可能である。しかし、トレース計算手段（TRACES）を用いて上記永年方程式から $t$ 次のトレース $trace(t)$ を計算し、多項式形成手段（POLYNOM）を用いて上記永年方程式を $(-\lambda)$ で展開し、ゼロ点計算手段（ZERO）を用いて、区間 $[0, \lambda_0]$ のゼロ点を求めると計算
- 10 時間が短い（この方法は付録Hに説明されている）。

次に、固有ベクトル計算手段（8B3）はその固有値 $\lambda_m$ に対応する固有ベクトルを求める。固有値から固有ベクトルを求めることは公知であるので、説明を省略する。

- 15 なおゼロに近い固有値（所定値 $\lambda_0$ より小さい固有値）は一つとは限らない。例えばデータ $d(i)$ に対応する $q$ 次元空間内の点 $P(i)$ が $q$ 次元空間の二つの $(q-1)$ 次元平面の交差線の上に分布する時は、二つの写像平面が存在する。具体的には、クラブヘッドの軌跡が楕円体面と平面の交差線であるとき、候補数学的関係として、（6）式に対応する基底関数を選択
- 20 すると、楕円体面の方程式に対応するものと、平面の方程式に対応するものが得られる。

方向余弦取得手段は、（G1）または（G2）に従って方向余弦を取得する方向余弦取得プログラムを格納したファイル

- 25 （F8）として実現できる。

H 妥当性評価手段 (9) と妥当性評価過程 (P 9) :

妥当性評価手段 (9)、方向余弦取得手段で得られた方向余弦に対応する固有値を基礎にして得られた数学的関係の妥当性を評価する (P 9)。

- 5 例えば、固有値方程式を多項式展開して区間  $[0, \lambda_0]$  でゼロ点を求めた場合であっても、測定誤差をどこまで許容するかは工業的条件、商業的条件等により定めるべきである。許容誤差が小さい時は許容条件  $\lambda_{ref}$  をさらに小さく選定し ( $\lambda_{ref} < \lambda_0$ )、 $\lambda_{ref} < \lambda$  である固有値  $\lambda$  は棄却する。この場合は、そのデータのなかに誤差が大きいものが含まれているか、候補数学的関係が不適当であると判断できる。

P 6 に戻って他のデータ  $d(i)$  の組を用いて同じ過程を繰り返すか、P 5 に戻り他の仮の数学的関係を指定して同じ過程を繰り返す。

- 15 基準と比較して妥当でない時は、図 1、2 に示されているように、その候補数学的関係を棄却し、候補数学的関係指定過程 (P 5) に戻り、別の候補数学的関係を候補数学的関係選定手段 (5) で選択し、ベクトル成分取得手段 (6) でベクトル成分の計算をし、方向余弦取得手段 (8) で再び方向余弦を取得  
20 することを繰り返す。

候補数学的関係が全く予想できない時は、データ  $d(i)$  の組あるいは仮の数学的関係を変えながら以上の過程を実行し、固有値ができるだけ小さくなる基底関数系を求めることにより、数学的関係を同定できる。

- 25 候補数学的関係が予想できる時 (例えば形状が放物面であることは既知で、そのパラメータだけを同定したい場合) は、基



底関数系を固定し、単に方向余弦を求めるだけで数学的關係が同定でき、候補数学的關係指定過程 (P 5.) に戻る必要はない。

妥当性評価手段は本発明を実施するために不可欠な要素ではない。例えば、データ処理のために使える時間が短く、入力  
5 データの誤差が小さいことが予め分かっている時は、妥当性評価手段を省略できる。

妥当性評価手段 (9) は、妥当性を評価する妥当性評価プログラムを格納したファイル (F 9) として実現できる。

#### 10 I 数学的關係出力手段 (10) と数学的關係出力過程 (P 10) :

数学的關係出力過程 P 10 : 妥当性評価手段 (9) で妥当であると評価された場合、上記写像平面の各基底関数  $f_k$  に対応する方向余弦が  $L_k$  ( $k = 1, 2, \dots, q$ ) である時、数学的  
15 關係出力手段は求める数学的關係として次式に対応する式を出力する。

$$\sum_{k=1}^q (L_k \cdot f_k) = 0 \quad \dots (14)$$

20 例えば、上の例 (CF (5)) の仮の数学的關係 # 1) で方向余弦が ( $L_1, L_2, L_3, L_4, L_5$ ) と得られた時は、次の式またはこれから導かれる式、数値等を入力する。

$$L_1 \cdot f_1 + L_2 \cdot f_2 + L_3 \cdot f_3 + L_4 \cdot f_4 + L_5 \cdot f_5 = 0 \quad \dots (15)$$

25 CF (5) により、 $f_1 = XY$ 、 $f_2 = XYP$ 、 $f_3 = XYT$ 、 $f_4 = X^2Y$ 、 $f_5 = Z$  であるので、次式が出力される。

$$L1 \cdot XY + L2 \cdot XYP + L3 \cdot XYT + L4 \cdot X^2Y \\ + L5 \cdot Z = 0 \quad \dots (16)$$

この数学的関係は後続の制御装置、表示装置、印刷装置等に送られる。後続の制御装置はこの数学的関係に基づいて必要な

5 計算をして他の装置に司令信号を送る。

数学的関係出力手段は、数学的関係を出力する数学的関係出力プログラムを格納したファイル(F10)として実現できる。

このように、本発明の数学的関係同定装置の最も好ましい実施形態は、データ取得プログラムを格納したファイル(F1)と、必要に応じてデータ配列作成プログラムを格納したファイル(F2)と、作成された数学関数プログラムを格納したメモリおよび/または数学関数プログラム作成プログラムを格納したファイル(F3)と、基底関数を格納したメモリおよび/または基底関数を定義するプログラムを格納したファイル(f4)と、仮の候補数学的関係を指定するプログラムを格納したファイル(F5)及び/または候補数学的関係として基底関数の組を格納したメモリと、ベクトル成分取得プログラムを格納したファイル(F6)と、方向余弦取得プログラムを格納したファイル(F8)と、妥当性評価プログラムを格納したファイル(F9)と、数学的関係出力プログラムを格納したファイル(F10)と、これらのプログラムをこの明細書で説明したように機能させる制御プログラムを格納したファイル(F11)で実現することができる。

<産業上の利用可能性>

A 物の形状の測定装置として利用できる：例えば、足の形状、靴の内形を、請求項1の数学的関係同定装置で同定し、得られた方向余弦値の組またはそれから導かれる値の組でその物の形状を特定することができる。

適当な基底関数を選ぶことにより、その基底関数の一次結合としてその形状を表現でき、その結合係数により形状を記述できる。この結合係数をパラメータとして形状についてのデータベースを作成することもできる。

B 運動物体の軌道を数学的に同定する装置として利用できる。

ゴルフのクラブヘッドの軌道、ピッチャーの投げたボールの軌道等の数学的関係を同定し、それを分析したり、将来の軌道予測に利用できる。

具体例として、ゴルフアがスイングする時のゴルフクラブヘッドの軌道を数学的関数で表現して分析することへの応用が付録Iで説明されている。

C 測定データの解析装置として利用することができる。

化学プロセスのデータのように多数のパラメータからなる実験データから、比較的少ない実験回数で数学的関係を同定することができる。

微分方程式で記述されるデータから微分方程式を定めることができる場合がある。例を付録Jに示す。

## &lt;付録&gt;

## A &lt;基底関数の結合係数と方向余弦の関係&gt;

本発明では数学的関係を基底関数  $f_k$  ( $k = 1, 2, \dots, q$ ) の一次結合として表現する。

- 5 本発明の原理は、基底関数の一次結合として仮の数学的関係を指定した時、入力データを、基底関数 ( $f_1, \dots, f_q$ ) で  $q$  次元データに変換した時、その変換された値をベクトル成分とするベクトルが平面を形成するとき、その仮の数学的関係が成立することである。そして本発明の本質は、その平面の方向余弦を求め、それを用いて数学的関係を出力する装置及び方法を提案することに有る。

例えば、2変数 ( $x, y$ ) の入力データとして  $d(i) = (x(i), y(i))$  ( $i = 1, \dots$ ) が与えられ、( $x, y$ ) の間に、次の数学的関係が成立すると考えられるとする：

$$15 \quad a \cdot x^2 + b \cdot x + c \cdot y + d \cdot 1 = 0 \quad \dots (A1)$$

この時、( $x, y$ ) は放物線である。しかし  $x_1 = x^2$ 、 $x_2 = x$ 、 $x_3 = y$ 、 $x_4 = w$ 、( $w = 1$ ) と変数変換すると、次の関係が得られる。

$$a \cdot x_1 + b \cdot x_2 + c \cdot x_3 + d \cdot x_4 = 0 \quad \dots (A2)$$

$$20 \quad x_4 = 1 \quad \dots (A3)$$

- ここで [ $x_1, x_2, x_3, x_4$ ] をベクトル成分とする4次元ベクトル  $P[x_1, x_2, x_3, x_4]$  を考えると、 $d(i)$  に対応する点  $P(i)$  は、この空間では (A2) を満足する平面1と、(A3) を満足する平面2の交差線上に位置する。この平面1の方向余弦の比は ( $a : b : c : d$ ) である。すなわち放物線の係数の比 ( $a : b : c : d$ ) と同じである。したが

って、測定値  $d(i)$  からその平面 1 の方向余弦が求まれば、  
(A3) 式と組み合わせることにより放物線の式を同定することが  
できる。

本発明は、これを一般化したもので、測定値を入力変数とする  
5 基底関数を予め定め、候補数学的関係を基底関数の組を指定  
することにより指定し、測定データを各基底関数に代入した時  
の値を求め、その値をベクトル成分とするベクトル空間にその  
測定値の写像を作り、その写像が平面である時、その平面の方  
向余弦を求めることにより、その測定値をその基底関数の一次  
10 結合として同定する。

写像が平面である時またはほぼ平面である時、あるいは写像  
からの垂線の長さの二乗和がゼロまたは所定値より小さい平  
面を、この明細書及び請求の範囲では「写像平面」と呼ぶ。

その写像が平面でない時あるいは平面に近くない時は、デー  
15 タまたはその候補数学的関係が適当でなかったと判断し、別の  
データまたは別の仮の候補数学的関係を選び、写像が平面にな  
るまでこれを繰り返すことにより、妥当な数学的関係を得ること  
ができる。

## 20 B <高次元ベクトル空間の平面>

「平面」とは、 $q$  次元ベクトル空間  $(x_1, x_2, \dots, x_q)$   
において、 $L_1, L_2, \dots, L_q$  を定数とする時、次式が成  
立する点の集合をいう。

$$L_1 \cdot x_1 + \dots + L_q \cdot x_q = 0 \quad \dots (B1)$$

25 なお、 $q$  次元空間の複数の平面の交差する点の集合も、本明  
細書では平面と呼ぶ。例えば、3 次元空間の 2 つの平面の交差

する点の集合は直線であるが、本明細書では平面と呼ぶ。例えば物体の座標  $(x, y)$  が時間  $t$  の関数として次の式で表されるとする。

$$x(t) = c_1 \cdot t^2 + d_1 \cdot t + e_1 \quad \dots (B2)$$

$$5 \quad y(t) = c_2 \cdot t^2 + d_2 \cdot t + e_2 \quad \dots (B3)$$

この時、基底関数  $x_1 = x$ 、 $x_2 = y$ 、 $x_3 = t^2$ 、 $x_4 = t$ 、 $x_5 = w$  ( $w = 1$ ) が張るベクトル空間  $[x_1, x_2, x_3, x_4, x_5]$  で、この関係は次の3つの平面の組で表される。

$$10 \quad a \cdot x_1 + c_1 \cdot x_3 + d_1 \cdot x_4 + e_1 \cdot x_5 = 0$$

$$b \cdot x_2 + c_2 \cdot x_3 + d_2 \cdot x_4 + e_2 \cdot x_5 = 0$$

$$x_5 = w = 1$$

他方、単一の数式で表される数学的関係の例として曲面の形状を表す数式がある。曲面の形状とは物体の形状（例えば足の  
15 外面の形状、靴の内面の形状）に限られず、複数のパラメータの間の数学的関係が表す抽象空間における曲面（例えば温度  $T$  と圧力  $P$  と体積  $V$  と濃度  $C$  の関係）等も含む。

#### C <余因子と方向余弦の関係>

20  $q$  次元空間の  $q$  個のベクトル  $F(s) = (F_{1s} \ F_{2s} \ \dots \ F_{qs})$  ( $s = 1, 2, \dots, q$ ) と原点  $(0, \dots, 0)$  が  $q$  次元空間の一つの平面上にある時、次の行列式  $V$  はゼロである。

$$25 \quad V = \begin{vmatrix} F_{11} & F_{21} & \dots & F_{q1} \\ F_{12} & F_{22} & \dots & F_{q2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ F_{1q} & F_{2q} & \dots & F_{qq} \end{vmatrix} \quad \dots (C1)$$

例えば基底関数が  $f_1$ 、 $f_2$ 、 $f_3$  であるとする。測定値  $d(1)$ 、 $d(2)$ 、 $d(3)$  に対応する基底関数の値 ( $F_{11}$ 、 $F_{21}$ 、 $F_{31}$ )、( $F_{12}$ 、 $F_{22}$ 、 $F_{32}$ )、( $F_{13}$ 、 $F_{23}$ 、 $F_{33}$ ) に対応する点  $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_3$  と原点 (0、0、0) が 3 次元空間内で作る平行四面体が 1 平面内にあれば、  
 5 行列式  $V$  はゼロとなる。

$$V = \begin{vmatrix} F_{11} & F_{21} & F_{31} \\ F_{12} & F_{22} & F_{32} \\ F_{13} & F_{23} & F_{33} \end{vmatrix} = 0$$

10

式 (C1) の平面の方程式は  $F(1)$ 、 $F(2)$ ...  $F(q)$  から任意の一つのベクトルを選び、そのベクトルをその  $q$  次元空間の座標変数 ( $x_1$ ...  $x_q$ ) に書き換えた行列式として表されることが知られている。例えば、 $F(q)$  を選びそれを  
 15 ( $x_1 \ x_2 \ \dots \ x_q$ ) に置き換え、行列式を見易くするために  $z = (q-1)$  とおくと、その平面の方程式は次の行列式で表される。

$$20 \quad 0 = \begin{vmatrix} F_{11} & F_{21} & \dots & F_{q1} \\ F_{12} & F_{22} & \dots & F_{q2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ F_{1z} & F_{2z} & \dots & F_{qz} \\ x_1 & x_2 & \dots & x_q \end{vmatrix} \dots (C2)$$

この行列式を第  $q$  行で小行列式展開すると、次の一次結合式が得られる ( $A_{qk}$  は小行列式、 $s(q, k)$  は交代因子)。

$$25 \quad 0 = s(q, 1) \cdot A_{q1} \cdot x_1 \\ + s(q, 2) \cdot A_{q2} \cdot x_2$$

+ . . . . .

$$+ s(q, q) \cdot A_{qq} \cdot x_q \quad \dots (C3)$$

$$s(q, k) = (-1)^{q+k} \quad \dots (C4)$$

余因子  $B_{qk} (= s(q, k) \cdot A_{qk})$  を用いると (C3)

5 式は次のように表わされる

$$0 = B_{q1} \cdot x_1 + B_{q2} \cdot x_2 + \dots + B_{qq} \cdot x_q \quad \dots (C5)$$

この平面の方向余弦を  $L_1, \dots, L_q$  とすると次の関係がある。

$$10 \quad 0 = L_1 \cdot x_1 + \dots + L_q \cdot x_q \quad \dots (C6)$$

したがって、次の比例関係が得られる。

$$L_1 : L_2 : \dots : L_q \\ = B_{q1} : B_{q2} : \dots : B_{qq} \quad \dots (C7)$$

このようにして、この平面の方向余弦の比を求めることができる。

15 行列式  $V = 0$  であれば、どの  $F(j)$  ( $j = 1 \dots q$ ) を除いた小行列式、余因子を用いても得られる方向余弦の比 ( $L_1 : L_2 : L_3 : \dots : L_q$ ) は一定である。行列式  $V = 0$  の時、その平面は写像平面である。

20 行列式  $V \neq 0$  のときは、ベクトル  $F(1) \dots F(q)$  がどの程度平面に近いかを示す指標  $PI$  が許容範囲  $dPI$  にあるかによりそれらのベクトルがほぼある平面上のあるかを判定する。

25  $V \neq 0$  で指標  $PI$  が許容範囲  $dPI$  にある時は、その平面はほぼ平面であるので、写像平面とみなすことができる。

指標  $PI$  と許容範囲  $dPI$  は付録 D で説明する。



## D &lt;平面度指標 P I と許容範囲 d P I &gt;

q 次元ベクトル空間のベクトル F(k) を (F 1 k F 2 k ... F q k) とする時、q 個のベクトル F (1) . . . . F (q) と原点 (0 . . . 0) が同一の平面にあれば、F (1) . . . F (q) が作る行列式 | F | はゼロである：

$$| F | = \begin{vmatrix} F_{11} & F_{21} & \dots & F_{q1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ F_{1q} & F_{2q} & \dots & F_{qq} \end{vmatrix} = 0 \dots (D1)$$

ここで一つのベクトル F (m) を変数 (x 1 . . . . x q) に置き換えた時、各変数 (x 1 . . . x q) についての余因子を L 1 (m) 、L 2 (m) . . . . L q (m) とすると、すでに説明したように、その平面は次の式で表される。

$$L_1(m) \cdot x_1 + \dots + L_q(m) \cdot x_q = 0 \dots (D2)$$

規格化因子  $N = ((L_1)^2 + \dots + (L_q)^2)^{-1/2}$  を掛け、さらに何れかの変数 (例えば x 1) の係数を常に正にする符号規格化因子 S をこの式に掛けると、m によらずに同一の次の式が得られる。

$$N \cdot S \cdot L_1(m) \cdot x_1 + \dots + N \cdot S \cdot L_q(m) \cdot x_q = 0 \dots (D3)$$

すなわちベクトル F (1) . . . . F (q) が同一の平面にあれば、次の関係が成り立つ。

$$N \cdot S \cdot L_1(1) = \dots = N \cdot S \cdot L_1(q) \\ N \cdot S \cdot L_2(1) = \dots = N \cdot S \cdot L_2(q)$$

$$\dots\dots\dots$$

$$N \cdot S \cdot L_q(1) = \dots = N \cdot S \cdot L_q(q)$$

しかし、ベクトル  $F(1) \dots F(q)$  が正確には同一の平面になく、ほぼ同一の平面にあれば、次の関係が成り立つ。

$$5 \quad N \cdot S \cdot L_1(1) \approx \dots \approx N \cdot S \cdot L_1(q)$$

$$N \cdot S \cdot L_2(1) \approx \dots \approx N \cdot S \cdot L_2(q)$$

$$\dots\dots\dots$$

$$N \cdot S \cdot L_q(1) \approx \dots \approx N \cdot S \cdot L_q(q)$$

平面度指標  $PI$  は、ベクトル  $F(1) \dots F(q)$  がどの程度平面に近いかを示す指標として定義される。平面度指標を定義するためのガイドラインは次の通りである：「 $PI = PI(0)$  の時は 1 平面であり、 $PI \approx PI(0)$  の時は平面に近いと判断できるように、指標  $PI$  は方向余弦  $L_j(p)$  の関数であって方向余弦の比が近ければ近いほど特定の基準値  $PI(0)$  (例えば  $PI(0) = 0$ ) に近づく関数として定義する。」

例えば  $N \cdot S \cdot L_k(m)$  の平均値を  $\langle L_k \rangle$ 、 $N \cdot S \cdot L_k(m)$  のそれからの偏差を  $dL_k(m)$ 、その二乗平均  $m_{sv}$  とするとき、 $m_{sv}$  を指標  $PI$  に選ぶことが好ましい。

さらに、 $N \cdot S \cdot L_k(m) - \langle L_k \rangle$  の絶対値の最大値を  $M(m)$  とし、 $M(m)$  の最大を  $M$  とするとき、 $PI = M$  と定義することもできる。 $PI$ 、 $PI(0)$  の定義は、工業的理由、商業的理由に任意に定めることができる。

$q$  本のベクトル  $F(1) \dots F(q)$  から得られた指標  $PI$  と基準値  $PI(0)$  の差の絶対値  $|PI - PI(0)|$  が所定の許容値  $dPI$  より小さい時、これらのベクトルがほぼ 1 平面であり、それが写像平面であると定義し、方向余弦の平均値

$\langle L_1 \rangle \dots \langle L_q \rangle$ を、ベクトル  $F(1) \dots F(q)$  の方向余弦として出力することも可能である。許容値  $dPI$  も工業上あるいは商業上の理由により定めることができる。

5  $d(i)$  の測定誤差が小さいことが分かっているときは、指標  $PI$  を求めることは必ずしも必要ではない。

E <余因子(小行列式)がゼロとなる場合>

例えば、測定データ  $d(i) = (x_i, y_i, t_i)$  が運動物体の軌道の座標で、 $(x_i, y_i)$  が位置座標  $(x, y)$  の  
10 値、 $t_i$  が時間座標  $t$  の値であるとする。ここで次の数学的関係が成り立つとする。

$$x + 2 \cdot t + 3 \cdot 1 = 0 \quad \dots (E1)$$

$$y + 4 \cdot t^2 + 5 \cdot t + 6 \cdot 1 = 0 \quad \dots (E2)$$

このデータ  $d(i)$  について、 $x_1 = 1$ 、 $x_2 = t$ 、 $x_3 = t^2$ 、 $x_4 = x$ 、 $x_5 = y$  という基底関数を作り、測定データ  
15  $d(1)$ 、 $d(2)$ 、 $d(3)$ 、 $d(4)$ 、 $d(5)$  の写像を5次元ベクトル空間  $[x_1, x_2, x_3, x_4, x_5]$  に作ると、次の5本のベクトルが得られる。

$$P(1) = (1, t_1, (t_1)^2, x_1, y_1)$$

$$20 \quad P(2) = (1, t_2, (t_2)^2, x_2, y_2)$$

$$P(3) = (1, t_3, (t_3)^2, x_3, y_3)$$

$$P(4) = (1, t_4, (t_4)^2, x_4, y_4)$$

$$P(5) = (1, t_5, (t_5)^2, x_5, y_5)$$

これらのベクトル  $P(1) \dots P(5)$  の作る行列式の第  
25 4列に対応する小行列式  $A_{14}$ 、 $A_{24}$ 、 $A_{34}$ 、 $A_{44}$ 、 $A_{54}$  および第5列に対応する小行列式  $A_{15}$ 、 $A_{25}$ 、 $A_{35}$ 、

A 4 5、A 5 5 は、(a)、(b) の関係が成立するので、常にゼロである。

このように、特定の列からなる小行列式が常にゼロであることは、最初に選んだ候補数学的關係が適切でなく余分な基底関  
 5 数が含まれていることを示す。この例では、[y] または [x] が余分であり、 $d(i)$  は 4 次元ベクトル空間  $[1, t, t^2, x]$  に写像作るように候補数学的關係を選び、方向余弦を求めると時間  $t$  と  $x$  座標の關係が得られる。また 4 次元空間  $[1, t, t^2, y]$  に写像を作るように候補数学的關係を選び、方  
 10 向余弦を求めると、時間  $t$  と  $y$  座標の關係が求まる。

F <固有値を用いて方向余弦を求める方法の数学的基礎>

測定データ  $d(i)$  の基底関数 ( $f_1, f_2, \dots, f_q$ ) からなる空間への写像が本来平面であっても、測定値に誤差がある  
 15 すると、それに基づいて計算された基底関数の値にも誤差が含まれ、それに対応する点はその平面の近傍に分布する。この方法ではこれらの点からの距離の二乗和 (垂線の長さの二乗和) が極小となる平面の方向余弦を求める。

$q$  次元空間の平面の方向余弦 ( $L_1, \dots, L_q$ ) はこの平面  
 20 に垂直で絶対値が 1 であるので、 $q$  次元空間の各点  $P_i (F_{1i}, F_{2i}, \dots, F_{qi})$  からこの平面への垂線の長さ  $h(i)$  は方向余弦と  $P_i$  の内積  $\langle (L_1, \dots, L_q) \cdot (F_{1i}, F_{2i}, \dots, F_{qi}) \rangle$  として表される。

$$h(i) = L_1 \cdot F_{1i} + \dots + L_q \cdot F_{qi} \dots (F_1)$$

25

垂線の長さ  $h$  の二乗の和  $H$  は相関和  $\langle a | b \rangle$  を用いて次

の式で与えられる(この明細書では $\Sigma$ は $i$ についての和を意味する)。

$$H = \Sigma h(i)^2 \\ = \Sigma (L_1 \cdot F_{1i} + \dots + L_q \cdot F_{qi})^2$$

5

$$= \Sigma_{a=1}^q \left( \Sigma_{b=1}^q (L_a \cdot L_b \cdot \Sigma_i (F_{ai} \cdot F_{bi})) \right) \dots (F2)$$

10 ここで相関和を次のように定義する：

$$\text{相関和} \langle a | b \rangle = \Sigma (F_{ai} \cdot F_{bi}) \dots (F3)$$

この時次の式が得られる：

$$\Sigma_i h(i)^2 = \Sigma_{a=1}^q \left( \Sigma_{b=1}^q (L_a \cdot L_b \cdot \langle a | b \rangle) \right) \dots (F4)$$

15

$L_i (1, 2, \dots, q)$  は方向余弦であるので、次の関係が成立する：

$$(L_1)^2 + \dots + (L_q)^2 = 1 \dots (F5)$$

20 条件 (F5) のもとで垂線の長さの二乗和  $h^2$  を極小にする  $L_1, L_2, \dots, L_q$  を求める。この問題は、ラグランジュの未定係数法で解くことができる。ラグランジュの未定係数法では、例えば2変数  $(x, y)$  の時、条件  $g(x, y) = 0$  のもとで、関数  $f(x, y)$  の極値を求める時、評価関数  $F(x, y) = f(x, y) - \lambda \cdot g(x, y)$  を作り、 $\partial F / \partial x = 0$ 、 $\partial F / \partial y = 0$ 、 $g(x, y) = 0$  から、 $\lambda$  と  $x$  と  $y$  を求

25

## 4.4

める。

これをこの問題に、 $L_1 \dots L_q$  を変数として適用する。

評価関数  $F(L_1 \dots L_q)$  を次の式で定義する。

$$F(L_1 \dots L_q) = h^2 - \lambda \cdot ((L_1)^2 + \dots + (L_q)^2 - 1) \quad \dots (F6)$$

変数  $L_1 \dots L_q$  で評価関数  $F(L_1 \dots L_q)$  を微分するとゼロになるので、次の固有値方程式が得られる。

$$10 \begin{pmatrix} \langle 1 | 1 \rangle & \langle 1 | 2 \rangle & \dots & \langle 1 | q \rangle \\ \langle 2 | 1 \rangle & \langle 2 | 2 \rangle & \dots & \langle 2 | q \rangle \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \langle q | 1 \rangle & \langle q | 2 \rangle & \dots & \langle q | q \rangle \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ \dots \\ L_q \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ \dots \\ L_q \end{pmatrix} \quad \dots (F7)$$

左辺の相関和  $\langle i | j \rangle$  を要素とする行列を、この明細書で  
15 は相関和行列  $C$  とよぶ。上の固有値方程式は次の永年方程式と同値である。

$$20 \begin{vmatrix} \langle 1 | 1 \rangle - \lambda & \langle 1 | 2 \rangle & \dots & \langle 1 | q \rangle \\ \langle 2 | 1 \rangle & \langle 2 | 2 \rangle - \lambda & \dots & \langle 2 | q \rangle \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \langle q | 1 \rangle & \langle q | 2 \rangle & \dots & \langle q | q \rangle - \lambda \end{vmatrix} = 0 \quad \dots (F8)$$

この固有値方程式を解くことができ、その固有値が  $\lambda_m$  で、固有値  $\lambda_m$  に対応する固有ベクトル  $(L_{1m}, L_{2m}, \dots, L_{qm})$  とすると、次の関係が成り立つ。

$$25 \quad H = \sum h(i)^2 = \sum (L_1 \cdot F_{1i} + \dots + L_q \cdot F_{qi})^2$$

$$= \sum_{a=1}^q \left( \sum_{b=1}^q (L_a \cdot L_b \cdot \sum_i (F_{ai} \cdot F_{bi})) \right)$$

$$= \sum_{a=1}^q L_a \cdot \left( \sum_{b=1}^q L_b \cdot \langle a | b \rangle \right) = \sum_{a=1}^q L_a \cdot \lambda_m \cdot L_a$$

$$= \lambda_m \left( (L_1)^2 + \dots + (L_q)^2 \right) = \lambda_m$$

$$\dots (F9)$$

10

これは、垂線の長さの二乗和が極小になるとき、垂線の長さの二乗和Hは $\lambda_m$ であり、それがゼロであれば、ベクトル点P(i)は平面の上のあり、 $\lambda_m$ がほぼゼロに等しければ、ベクトル点P(i)はある平面の近傍の近くに分布していることを意味する。

15

固有値 $\lambda_m$ がゼロに近い時、測定データd(i)は次の数学的関係を満たすと同定される。

$$L_1 \cdot f_1 + L_2 \cdot f_2 + \dots + L_q \cdot f_q = 0$$

$$\dots (F10)$$

20

この数学的関係の妥当性は、固有値 $\lambda_m$ が所定値 $\lambda_0$ より小さいか否かで評価できる。

複数の固有値が妥当である場合がある。例えば、2平面の交差線の上に測定データの写像が分布する場合、2つの固有値に対応する2平面の方程式が数学的関係として同定される。

25

例えば、入力データd(i)が軌跡(t, x, y)の座標であるとする。この場合、軌跡[t, x, y]のデータd(i)

の写像  $[t \rightarrow x_1, t^2 \rightarrow x_2, 1 \rightarrow x_3, x \rightarrow x_4, y \rightarrow x_5]$  を 5 次元ベクトル空間  $[x_1, x_2, x_3, x_4, x_5]$  に作り、固有値と固有ベクトルを求め、次の二つの数学的関係が得られたとする：

$$5 \quad 2 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 + 5 \cdot x_3 + 1 \cdot x_4 + 0 \cdot x_5 = 0 \quad \dots (F11)$$

$$0 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 + 4 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 + 1 \cdot x_5 = 0 \quad \dots (F12)$$

ここで、係数  $(2, 0, 5, 1, 0)$ 、 $(0, 3, 4, 0, 1)$  に、それぞれに規格化因子  $N_1, N_2$  を掛けると方向余弦になる。

$$N_1 = (2 \cdot 2 + 5 \cdot 5 + 1 \cdot 1)^{-1/2}$$

$$N_2 = (3 \cdot 3 + 4 \cdot 4 + 1 \cdot 1)^{-1/2}$$

この時、次の数学的関係がともに成立すると同定される。

$$15 \quad 2 \cdot t + 5 + x = 0 \quad \dots (F13)$$

$$3 \cdot t^2 + 4 + y = 0 \quad \dots (F14)$$

測定データに重みをつける必要がある場合がある。例えば測定データ  $d(i)$  が時系列データであって、古いデータには重みを小さくして、最近のデータには重みを大きくして、数学的関係を同定する必要がある場合がある。例えば、供給熱量を制御して温度を所定曲線に沿って変化させる場合、古いデータの重みを最近のデータの重みと同じに扱うことが好ましくないことがある。

25 既に説明したように、 $q$  次元空間の各点  $P_i (F1_i \ F2_i \dots Fq_i)$  からこの平面への垂線の長さ  $h(i)$  は方向



余弦と  $P_i$  の内積として表される。

$$h(i) = L_1 \cdot F_{1i} + \dots + L_q \cdot F_{qi} \quad \dots (F1)$$

この  $h$  の値に重み  $W_i$  を付けると次式が得られる。

$$5 \quad W_i \cdot h(i) = W_i (L_1 \cdot F_{1i} + \dots + L_q \cdot F_{qi}) \quad \dots (F15)$$

重みを付けた垂線の長さ  $h(i)$  の二乗の和  $H$  は、次の式で与えられる。

$$\begin{aligned} H &= \sum W_i^2 \cdot h(i)^2 \\ 10 \quad &= \sum W_i^2 \cdot (L_1 \cdot F_{1i} + \dots + L_q \cdot F_{qi})^2 \\ &= \sum_{a=1}^q \left( \sum_{b=1}^q (L_a \cdot L_b \cdot \sum_i W_i^2 \cdot (F_{ai} \cdot F_{bi})) \right) \quad \dots (F16) \end{aligned}$$

15 ここで相関和の定義を次のように拡張する：

$$\text{相関和 } \langle a | b \rangle = \sum W_i^2 \cdot (F_{ai} \cdot F_{bi}) \quad \dots (F17)$$

((F3) による定義は全ての  $i$  について  $W_i = 1$  の場合に相当する)

20 この時、次の式が得られる：

$$\begin{aligned} H &= \sum W_i^2 \cdot h(i)^2 \\ &= \sum_{a=1}^q \left( \sum_{b=1}^q (L_a \cdot L_b \cdot \langle a | b \rangle) \right) \quad \dots (F18) \end{aligned}$$

(F 1 7) 式によって定義される相関和  $\langle a | b \rangle$  も実対称行列で、(F 1 8) 式は (F 4) と同形であるので、(F 2) による相関和の定義に基づいて説明したことは全て成立する。

5 G  $\langle$  相関和行列の固有値は実数でありかつ正である  $\rangle$

1) 相関和行列 C は実対称行列であるので、エルミート行列である。従って、全ての固有値は実数である。

2) 「エルミート行列 T の全ての固有値が正である必要十分条件は、ゼロでない任意のベクトル x に対して、スカラ積  $\langle x$

10  $T \cdot x^T \rangle$  が非負である」ことが知られている。

(F 3) における相関和の定義から：

$$\langle a | b \rangle = \sum (F a i \cdot F b i) \quad \dots (F 3)$$

ベクトル  $(x 1, x 2, \dots, x q)$  とその転置行列  $(x 1, x 2, \dots, x q)^T$  をそれぞれ相関和行列 C の左と右に掛

15 ける。スカラ積  $\langle x T \cdot x^T \rangle$  は、(F 9) 式を用いて次のように変形できる：

$$\langle x T \cdot x^T \rangle = \sum \sum x a \cdot x b \cdot \langle a | b \rangle$$

$$20 \quad = \sum_{a=1}^q \left( \sum_{b=1}^q (x a \cdot x b \cdot \sum_i (F a i \cdot F b i)) \right)$$

$$= \sum_i (x 1 \cdot F 1 i + \dots + x q \cdot F q i)^2 \geq 0$$

25 このように、 $\langle x C \cdot x^T \rangle$  は非負であることが分かる。従って、相関和行列 C の固有値は全て非負である。(F 1 7) によ

る相関和の定義による場合でも、同様に固有値は実数で非負であることが証明できる。

H <所定値 $\lambda_0$ とゼロの間の固有値を求める方法の説明>

5 相関和行列Cの全ての固有値は非負であるので、所定値 $\lambda_0$ より小さい固有値はゼロと $\lambda_0$ の間の区間に存在する。この区間に存在する固有値は次のようにして求めることもできる。

一般に $q$ 行 $q$ 列の行列 $K$ が与えられたとする。

$$10 \quad K = \begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} & \dots & K_{1q} \\ K_{21} & K_{22} & \dots & K_{2q} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{q1} & K_{q2} & \dots & K_{qq} \end{pmatrix} \dots (H1)$$

この行列 $K$ から $n$ 個の対角項 $K_{ii}$  ( $i = n_1, n_2, \dots, n_n$ )を選び、 $n_1, n_2, \dots, n_n$ 行と $n_1, n_2, \dots, n_n$ 列だけからなる行列式 $K(n_1, n_2, \dots, n_n)$ を作る。  
15 例えば $K(1, 3)$ は次の行列式である。

$$K(1, 3) = \begin{vmatrix} K_{11} & K_{13} \\ K_{31} & K_{33} \end{vmatrix} \dots (H2)$$

行列 $K$ から $n$ 個の対角項を選んで作られる全ての行列式 $K(n_1, n_2, \dots, n_n)$ の和を $\text{trace}(n)$ と定義する。  
20 なお $\text{trace}(0) = 1$ と定義する。

$$\text{trace}(0) = 1 \dots (H3a)$$

$$\text{trace}(1) = K_{11} + K_{22} + \dots + K_{qq} \dots (H3b)$$

50

$$\begin{aligned} \text{trace}(2) = \sum_{i \neq j} & \begin{vmatrix} K_{ii} & K_{ij} \\ K_{ji} & K_{jj} \end{vmatrix} \\ & \dots (H3c) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5 \quad \text{trace}(3) = \sum_{\substack{i \neq j \\ j \neq k \\ k \neq i}} & \begin{vmatrix} K_{ii} & K_{ij} & K_{ik} \\ K_{ji} & K_{jj} & K_{jk} \\ K_{ki} & K_{kj} & K_{kk} \end{vmatrix} \\ & \dots (H3d) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 10 \quad \dots \dots \dots \text{trace}(q) = & \begin{vmatrix} K_{11} & K_{12} & \dots & K_{1q} \\ K_{21} & K_{22} & \dots & K_{2q} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{q1} & K_{q2} & \dots & K_{qq} \end{vmatrix} \\ 15 \quad & \dots (H3e) \end{aligned}$$

この時、行列Kに対応する永年方程式は、次のように、 $(-\lambda)$ のべき乗として多項式展開できる。

$$20 \quad 0 = \begin{vmatrix} K_{11} - \lambda & K_{12} & \dots & K_{1q} \\ K_{21} & K_{22} - \lambda & \dots & K_{2q} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{q1} & K_{q2} & \dots & K_{qq} - \lambda \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} 25 \quad & = \sum_{n=0}^q (\text{trace}(q-n)) \cdot ((-\lambda)^n) \dots (H4) \end{aligned}$$

これは  $(-\lambda)$  に関する多項式であるので、区分分割法等の公知の方法で区間  $[0, \lambda_0]$  でゼロ点を求めることは容易にできる。

# 5 I <ゴルフヘッドの軌道の数学的関係の同定への応用>

ゴルフスイングを定量的に診断することができる。例えばスイングの初期、中期、後期の段階でそれぞれ、クラブヘッドの軌道が含まれる平面の方向余弦が変化するか否かにより、スイングが1平面内でおこなわれているかどうか、あるいはクラブヘッドの加速がどのようにおこなわれているかを診断することができる。

例えば、直角座標  $(x, y, z)$  において、ゴルフクラブのクラブヘッドの軌道が中心が動かず大きさが時間  $t$  の2次関数で変化する楕円体面と、一定の平面の交差曲線である時、その軌道は次の数式で表現できる：

$$\#1) p \cdot x^2 + q \cdot y^2 + r \cdot z^2 + a \cdot x + b \cdot y + c \cdot z + d_0 + d_1 \cdot t + d_2 \cdot t^2 = 0 \quad \dots (I1)$$

$$\#2) a \cdot x + b \cdot y + c \cdot z + d \cdot 1 = 0 \quad \dots (I2)$$

(6)、(7)式に関連して、既に説明したように適当な基底関数、候補数学的関係を選び、ベクトル  $F$  の空間への写像平面を求めて、その方向余弦を求めることにより (I1)、(I2) 式のパラメータ  $p, q, r, a, b, c, d_0, d_1, d_2, d$  を求めることができる。

次にこの平面  $(a \cdot x + b \cdot y + c \cdot z + d = 0)$  内での運動における角度の時間的変化、すなわち角速度、角加速度を求める方法を説明する。

ベクトル空間  $F$  でなく、実際のベクトル空間  $(x, y, z)$  でのベクトル  $P(x_i, y_i, z_i)$  を考える。クラブヘッドの位置の測定値  $d(i) = (x_i, y_i, z_i, t_i)$  から、この平面  $(a \cdot x + b \cdot y + c \cdot z + d = 0)$  に平行で原点を通る第2の平面  $(a \cdot x + b \cdot y + c \cdot z = 0)$  への距離を計算でき、それを  $D(i)$  とする。 $D(i)$  はスカラ量である。第2の平面の実際のベクトル空間での方向余弦ベクトル  $N$  は  $(a, b, c)$  に比例する ( $N = k(a, b, c)$ )。  $k$  は規格化因子で、次式で与えられる。

$$10 \quad k = (a^2 + b^2 + c^2)^{-1/2} \quad \dots (I3)$$

ベクトル  $P$  を通り、第2の平面  $(a \cdot x + b \cdot y + c \cdot z = 0)$  の法線と平行な直線が第2の平面  $(a \cdot x + b \cdot y + c \cdot z = 0)$  と交わる点のベクトル  $Q$  は次式で与えられる：

$$Q(i) = P(i) - D(i) \cdot N \quad \dots (I4)$$

15 基準となる  $Q$ 、例えば  $Q(1)$  と  $Q(i)$  との内積 (スカラ積)  $\langle Q(1) \cdot Q(i) \rangle$  と、これらのベクトルの絶対値の積  $|Q(1)| \cdot |Q(i)|$  の比  $r$  から、これらのベクトルの間の角度  $\theta(i)$  が求められる：

$$r = \langle Q(1) \cdot Q(i) \rangle / |Q(1)| |Q(i)|$$

$$20 \quad \theta(i) = \cos^{-1} r \quad \dots (I5)$$

ここで次の数学的関係のモデルを作る：

$$\theta = a + b \cdot t + c t^2 \quad \dots (I6)$$

この時、次の基底関数  $g_1, g_2, g_3, g_4$  の組から成る候補数学的関係を選び、本発明の装置、方法を適用することにより、

25  $a, b, c$  を定めることができる。

$$g_1 = \theta(i), g_2 = 1, g_3 = t, g_4 = t^2$$

(I 5) 式の  $a$ ,  $b$ ,  $c$  が求まると、角速度、角加速度が計算できる。

次に、時間  $t$  とともに、楕円体面の中心が時間  $t$  の 1 次関数で移動し、大きさも時間  $t$  の 1 次関数で変化するというモデル

5 # 3) と、方向余弦 ( $a$ ,  $b$ ,  $c$ ) が時間  $t$  の 1 次関数で変化する、距離  $g$  も時間  $t$  の 1 次関数で変化するというモデル # 4) を考える。

$$\begin{aligned} \# 3) \quad & p \cdot (x - a_0 + a_1 \cdot t)^2 \\ & + q \cdot (y - b_0 + b_2 \cdot t)^2 \\ 10 \quad & + r \cdot (z - c_0 + c_1 \cdot t)^2 - (r_0 + r_1 \cdot t)^2 = 0 \\ & \dots (I 7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \# 4) \quad & (a + b \cdot t) \cdot x + (c + d \cdot t) \cdot y \\ & + (e + f \cdot t) \cdot z - (g + h \cdot t) = 0 \\ & \dots (I 8) \end{aligned}$$

15 # 3) においては次の関数に対応する基底関数の組を、候補数学的関係に選ぶことにより、それらのパラメータを定めることができる：

$$\begin{aligned} & f_1 = x^2, f_2 = y^2, f_3 = z^2, f_4 = t^2, f_5 = x, \\ & f_6 = y, f_7 = z, f_8 = t, f_9 = x \cdot t, f_{10} = y \cdot \\ 20 \quad & t, f_{11} = z \cdot t, f_{12} = 1 \end{aligned}$$

# 4) においては次の関数に対応する基底関数の組を、候補数学的関係に選ぶことにより、それらのパラメータ ( $a$ ,  $b$ , ...,  $g$ ,  $h$ ) を定めることができる：

$$\begin{aligned} & f_1 = x, f_2 = y, f_3 = z, f_4 = t, f_5 = t \cdot x, \\ 25 \quad & f_6 = t \cdot y, f_7 = t \cdot z, f_8 = 1 \end{aligned}$$

# J <測定データから微分方程式を定める例>

測定データ  $d = (x, y)$  が次の微分方程式で表されることが分かっている時、パラメータ  $a, b, c, d, e, f$  を定める例:

$$5 \quad a \cdot dy/dx + b \cdot y + c \cdot y^2 + d \cdot x + e \cdot x^2 + f \cdot 1 = 0 \quad \dots (J1)$$

このために、次の関数  $f_1, f_2, \dots, f_6$  に対応する基底関数を定義する

$$\text{関数 } f_1 = dy/dx$$

$$10 \quad = (y(i) - y(i-1)) / (t(i) - t(i-1))$$

$$\text{関数 } f_2 = y = y(i)$$

$$\text{関数 } f_3 = y^2 = y(i)^2$$

$$\text{関数 } f_4 = x = x(i)$$

$$\text{関数 } f_5 = x^2 = x(i)^2$$

$$15 \quad \text{関数 } f_6 = 1$$

候補数学的関係として、次の関係を仮定する。

$$a \cdot f_1 + b \cdot f_2 + c \cdot f_3 + d \cdot f_4 + e \cdot f_5 + f \cdot f_6 = 0$$

関数  $f_1, \dots, f_6$  に対応する基底関数を作るベクトル空間  
20 で方向余弦を求めることにより、パラメータ  $a, b, c, d, e, f$  を定めることができる。但し、測定データは微分を割り算で近似したことによる誤差が無視できるほどに、データの密度が大きいことが条件となる。



## 請求の範囲

## 請求項 1

入力データ指定パラメータ  $i$  で区別される 1 組の入力データ  $d(i)$  が  $p$  個の基本変数  $(x_1 \dots x_p)$  から成り、  
5 のような入力データの組  $d(i)$  が多数個入力された時、基本変数  $(x_1 \dots x_p)$  の間に成立する数学的関係を出力する数学的関係同定装置において、

入力データ指定パラメータ  $i$  で指定される入力データの組  $d(i)$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) の基本変数  $x_j$  ( $j = 1, \dots$   
10  $p$ ) の値  $x_{ji}$  を取得するデータ取得手段 (1) と、

関数指定パラメータ  $m$  で区別される数学関数プログラム  $g_m$  であって、入力変数として与えられた変数引数の値の組に対応する関数値を出力する数学関数プログラムから 1 つの数学関数プログラムを選択し ( $m = k$ )、選択された数学関数プログラム  $g_k$  の 1 または複数の入力変数としての各変数引数に  
15 上記基本変数に含まれる 1 つの基本変数を対応付けて基底関数  $f_k$  を定義する基底関数定義手段 (4) と、

上記基底関数定義手段で定義された基底関数の中から複数の基底関数の組  $f_k$  ( $k = 1, 2, \dots, q$ ) を指定することにより候補数学的関係を指定する候補数学的関係指定手段 (5)  
20 と、

入力データ指定パラメータ  $i$  毎に、上記候補数学的関係指定手段で指定された基底関数の組を構成する各基底関数  $f_k$  ( $k = 1, \dots, q$ ) の入力変数としてのそれぞれの変数引数に上記  
25 データ取得手段 (1) で得られた基本変数の値を転送し、上記基底関数  $f_k$  の関数値  $F_{ki}$  を求め、関数値  $F_{ki}$  をベクトル

成分とする  $q$  次元のベクトル  $F(i)$  を入力データ指定パラメータ  $i$  毎にベクトル成分配列  $VC\_ARRAY$  に格納するベクトル成分取得手段 (6) と、

5 ベクトル成分配列  $VC\_ARRAY$  の各ベクトル  $F(i)$  をベクトル空間の点  $P(i)$  とした時、それらの点  $P(i)$  に対応する写像平面の方向余弦 ( $L_1 \dots L_q$ ) を求める方向余弦取得手段 (8) と、

上記平面の各基底関数  $f_k$  に対応する方向余弦が  $L_k$  ( $k = 1, 2, \dots, q$ ) である時、求める数学的関係として次式に対応する数学的関係またはこれから導かれる式または値を出力  
10 する数学的関係出力手段 (10) を備えることを特徴とする数学的関係同定装置。

$$\sum_{k=1}^q (L_k \cdot f_k) = 0$$

15  $k = 1$

請求項 2 上記方向余弦取得手段 (8) が、上記ベクトル成分配列  $VC\_ARRAY$  のベクトル  $F(i)$  を  $q$  個選び、 $q$  行  $q$  列の行列式  $V$  を作る行列式配列形成手段 (8A1) と、上記行列式の余因子を計算する余因子計算手段 (8A2) と、上記余因子を方向余弦として出力する方向余弦出力手段 (8A5) を備えることを特徴とする請求項 1 に記載の数学的関係同定装置。

25 請求項 3 上記方向余弦取得手段 (8) が、上記ベクトル成分配列  $VC\_ARRAY$  の相関和  $\langle a | b \rangle$  を計算する相関和

計算手段(8B1)と、 $\langle a | b \rangle$ を行列要素とする相関和行列Cの固有値 $\lambda(1) \dots \lambda(q)$ のなかでゼロに近い固有値を求める固有値計算手段(8B2)と、その固有値に対応する固有ベクトルを計算し、その固有ベクトルを方向余弦 $L_1 \dots$   
5  $L_q$ として出力する固有ベクトル計算手段(8B3)を備えることを特徴とする請求項1に記載の数学的関係同定装置。

請求項4 計測装置のデータを補間あるいは外挿する装置として計測装置に組み込まれていることを特徴とする請求項1  
10 に記載の数学的関係同定装置。

請求項5 物体の運動の軌道を同定する装置に組み込まれ、時刻 $i$ をパラメータとして位置のデータを入力データとして得て、一つまたは複数の数学的関係を出力することにより、物体  
15 の軌道を同定することを特徴とする請求項1に記載の数学的関係同定装置。

請求項6 曲線または曲面の形状を同定する装置に組み込まれ、曲線または曲面上の有限個の点の座標を入力データとして  
20 得て、一つまたは複数の数学的関係を出力することにより、曲線または曲面の形状を同定することを特徴とする請求項1に記載の数学的関係同定装置。

請求項7 曲線又は曲面の形状が物体の形状であり、物体の点  
25 の座標が入力変数 $d(i)$ として与えられることを特徴とする請求項7に記載の数学的関係同定装置。

請求項 8 曲線又は曲面の形状が変数間の数学的関係を表す抽象空間の曲線又は曲面であり、変数の値が入力変数  $d(i)$  として与えられることを特徴とする請求項 7 記載の数学的関係同定装置。

請求項 9 請求項 1 に記載の数学的関係同定装置に使われる記録媒体であって次のファイルが格納されていることを特徴とするコンピュータ読み取り可能な記録媒体：

- 10 ・ 入力データの組  $d(i)$  を取得するデータ取得プログラムを格納したファイル (F1) ；
- ・ 入力変数の組に対応する関数値を出力する多数の数学関数プログラムを格納したファイル (F3) ；
- ・ 基底関数を定義する基底関数定義プログラムおよび／または定義された基底関数を格納したファイル (F4) ；
- 15 ・ 候補数学的関係を指定する候補数学的関係指定プログラムおよび／または指定された候補数学的関係としての基底関数の組を格納したファイル (F5) ；
- ・ 入力データ指定パラメータ  $i$  毎に、上記候補数学的関係指定プログラムで指定された候補数学的関係を構成する各基底関数  $f_k$  ( $k=1 \dots q$ ) に、上記基底関数の変数引数の値として基本変数の値を転送し、上記基底関数の関数値  $F_{ki}$  を求め、関数値  $F_{ki}$  ( $k=1 \dots q$ ) をベクトル成分とするベクトル  $F(i)$  を入力データ指定パラメータ  $i$  毎にベクトル
- 20 成分配列  $VC\_ARRAY$  として格納するベクトル成分取得プログラムを格納したファイル (F6) ；

・ ベクトル成分配列 VC\_ARRAY のベクトル  $F(i)$  に対応する写像平面の方向余弦  $(L_1 \dots L_q)$  を求める方向余弦取得プログラムを格納したファイル (F8) ;

・ 上記写像平面の各基底関数  $f_k$  に対応する方向余弦が  $L_k$  ( $k = 1, 2, \dots, q$ ) である時、求める数学的関係として次式に対応する数学的関係を出力する数学的関係出力プログラムを格納したファイル (F10) :

$$\sum_{k=1}^q (L_k \cdot f_k) = 0$$

10  $k = 1$

請求項 10 入力データ指定パラメータ  $i$  で区別される 1 組の入力データ  $d(i)$  が  $p$  個の基本変数  $(x_1 \dots x_p)$  から成り、そのような入力データの組  $d(i)$  が多数個入力された時、基本変数  $(x_1 \dots x_p)$  の間に成立する数学的関係

15 出力する数学的関係同定方法において、  
入力データ指定パラメータ  $i$  で指定される入力データの組  $d(i)$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) の基本変数  $x_j$  ( $j = 1, \dots, p$ ) の値  $x_{ji}$  を取得するデータ取得過程 (P1) と、

20 関数指定パラメータ  $m$  で区別される数学関数プログラム  $g_m$  であって、入力変数として与えられた変数引数の値の組に対応する関数値を出力する数学関数プログラムから 1 つの数学関数プログラムを選択し ( $m = k$ )、選択された数学関数プログラム  $g_k$  の 1 または複数の入力変数としての各変数引数に  
25 上記基本変数に含まれる 1 つの基本変数を対応付けて基底関数  $f_k$  を定義する基底関数定義過程 (P4) と、

上記基底関数定義手段で定義された基底関数の中から複数の基底関数の組  $f_k$  ( $k = 1, 2, \dots, q$ ) を指定することにより候補数学的関係を指定する候補数学的関係指定過程 (P 5) と、

5. 入力データ指定パラメータ  $i$  毎に、上記候補数学的関係指定手段で指定された基底関数の組を構成する各基底関数  $f_k$  ( $k = 1, \dots, q$ ) の入力変数としてのそれぞれの変数引数に上記データ取得手段 (1) で得られた基本変数の値を転送し、上記基底関数  $f_k$  の関数値  $F_{ki}$  を求めて出力し、関数値  $F_{ki}$  をベクトル成分とする  $q$  次元のベクトル  $F(i)$  を入力データ指定パラメータ  $i$  毎にベクトル成分配列  $VC\_ARRAY$  に格納するベクトル成分取得過程 (P 6) と、

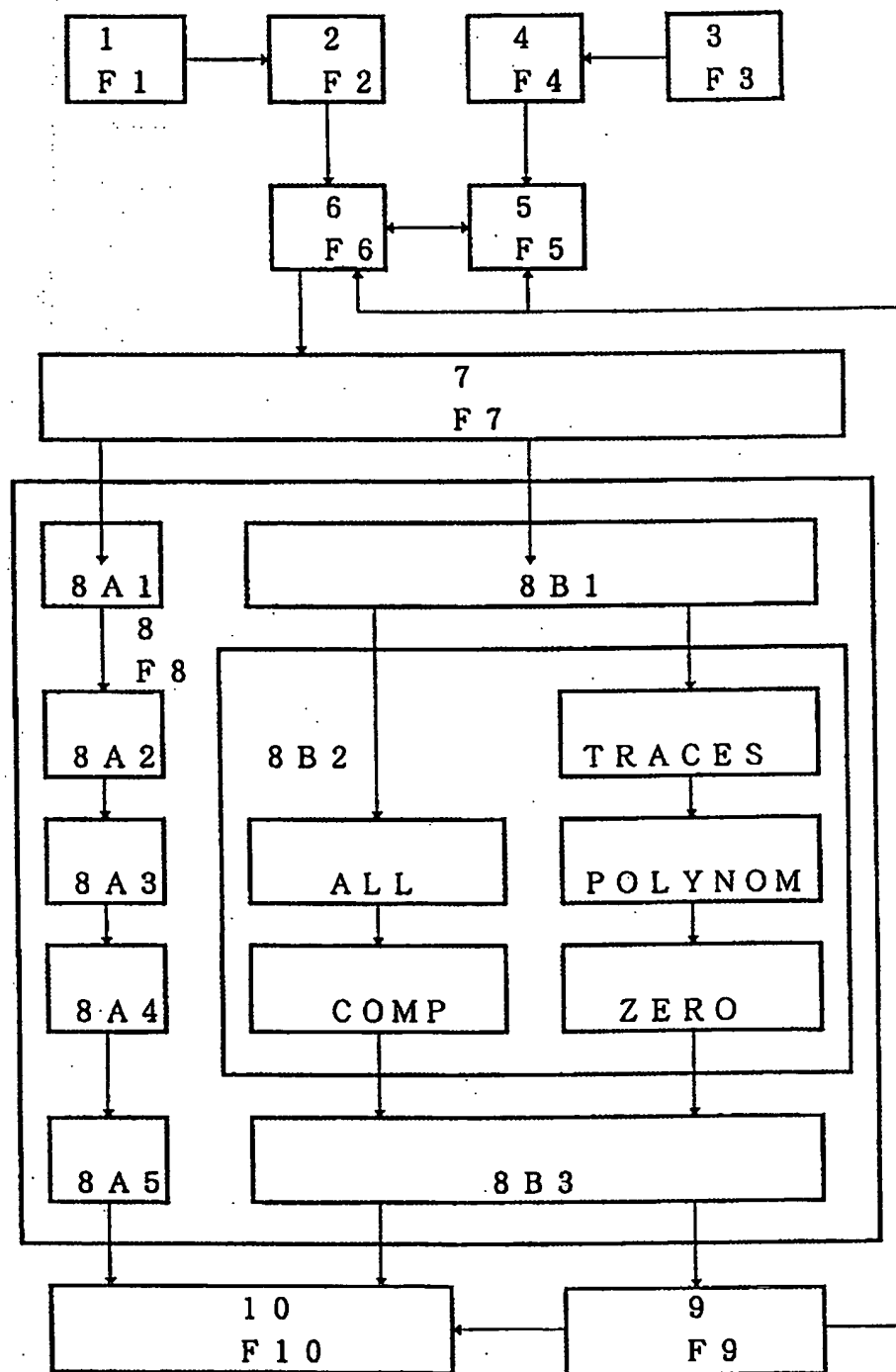
10. ベクトル成分配列  $VC\_ARRAY$  の各ベクトル  $F(i)$  をベクトル空間の点  $P(i)$  とした時、それらの点  $P(i)$  に対応する写像平面の方向余弦 ( $L_1, \dots, L_q$ ) を求める方向余弦取得過程 (P 8) と、

15. 上記平面の各基底関数  $f_k$  に対応する方向余弦が  $L_k$  ( $k = 1, 2, \dots, q$ ) である時、求める数学的関係として次式に対応する数学的関係またはこれから導かれる式または値を出力する数学的関係出力過程 (P 10) を備えることを特徴とする数学的関係同定方法。

$$\sum_{k=1}^q (L_k \cdot f_k) = 0$$

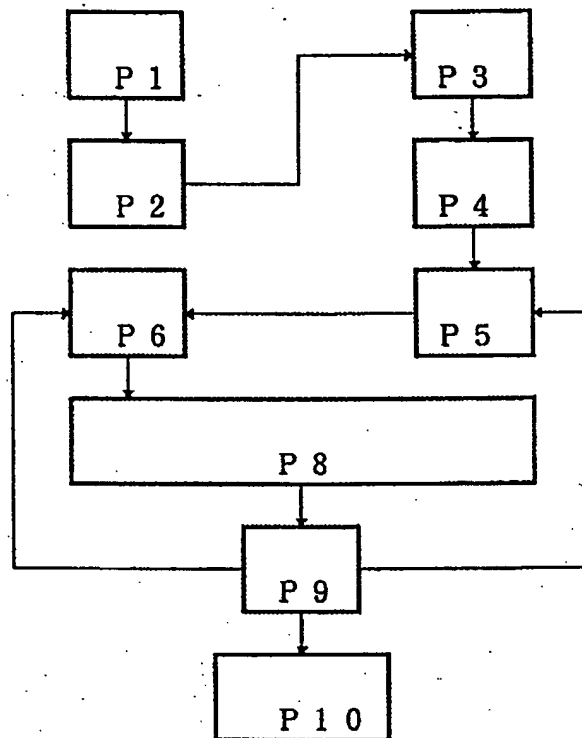
1/7

Fig. 1



2/7

Fig. 2





3/7

Fig. 3

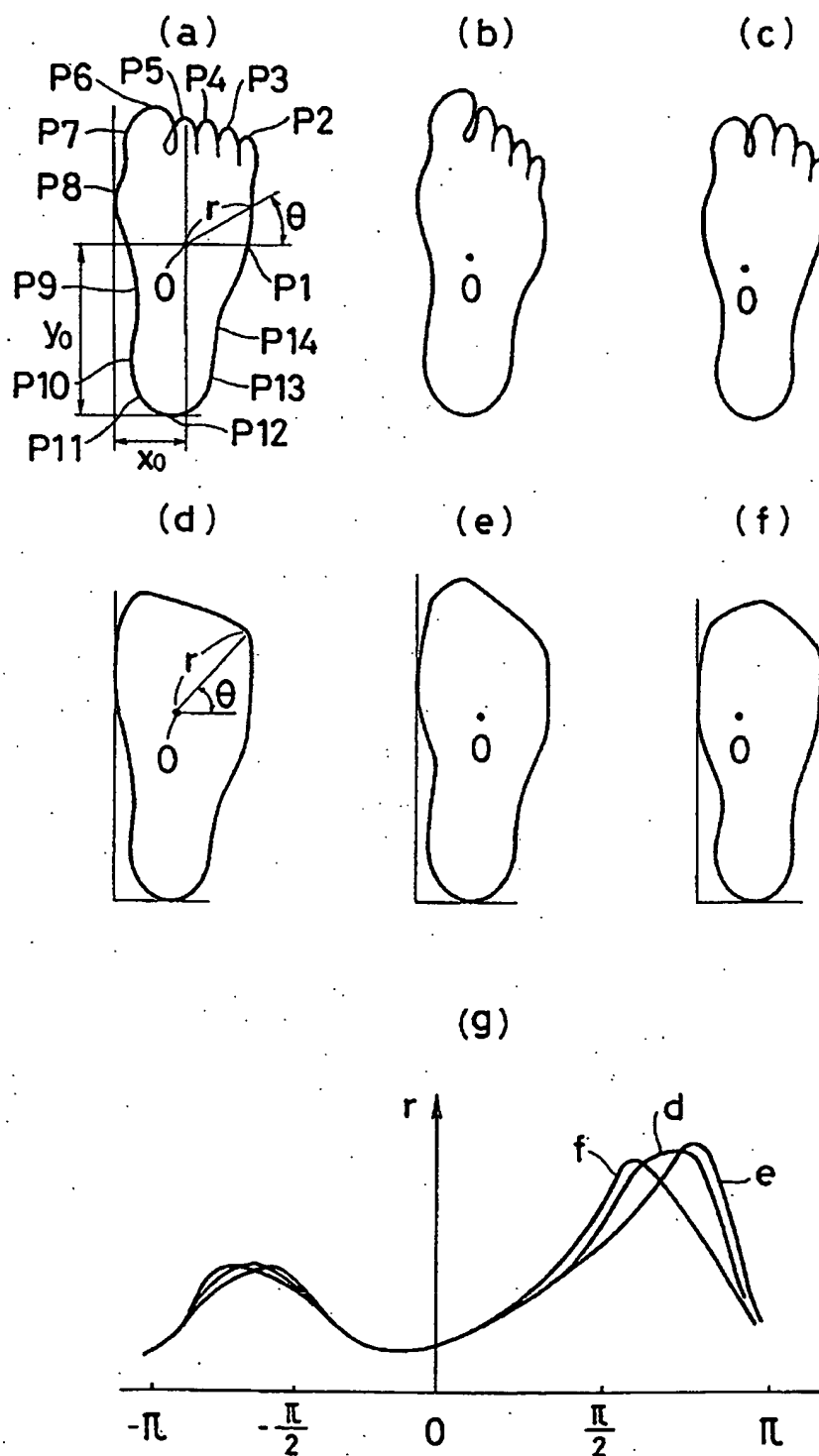
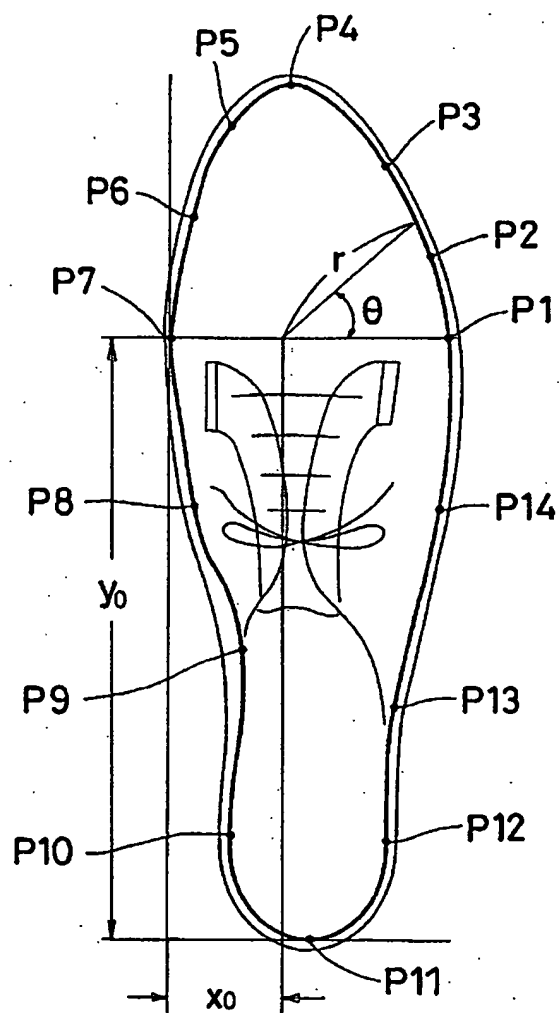
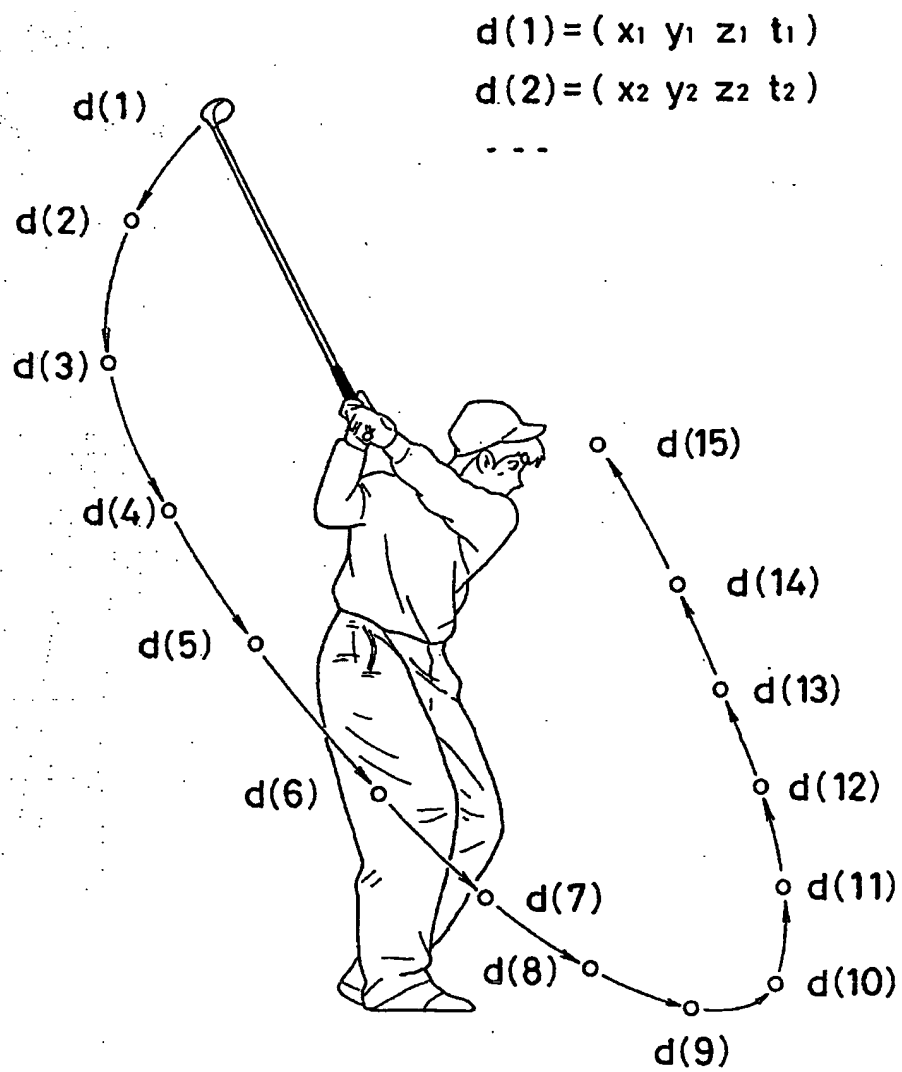


Fig. 4



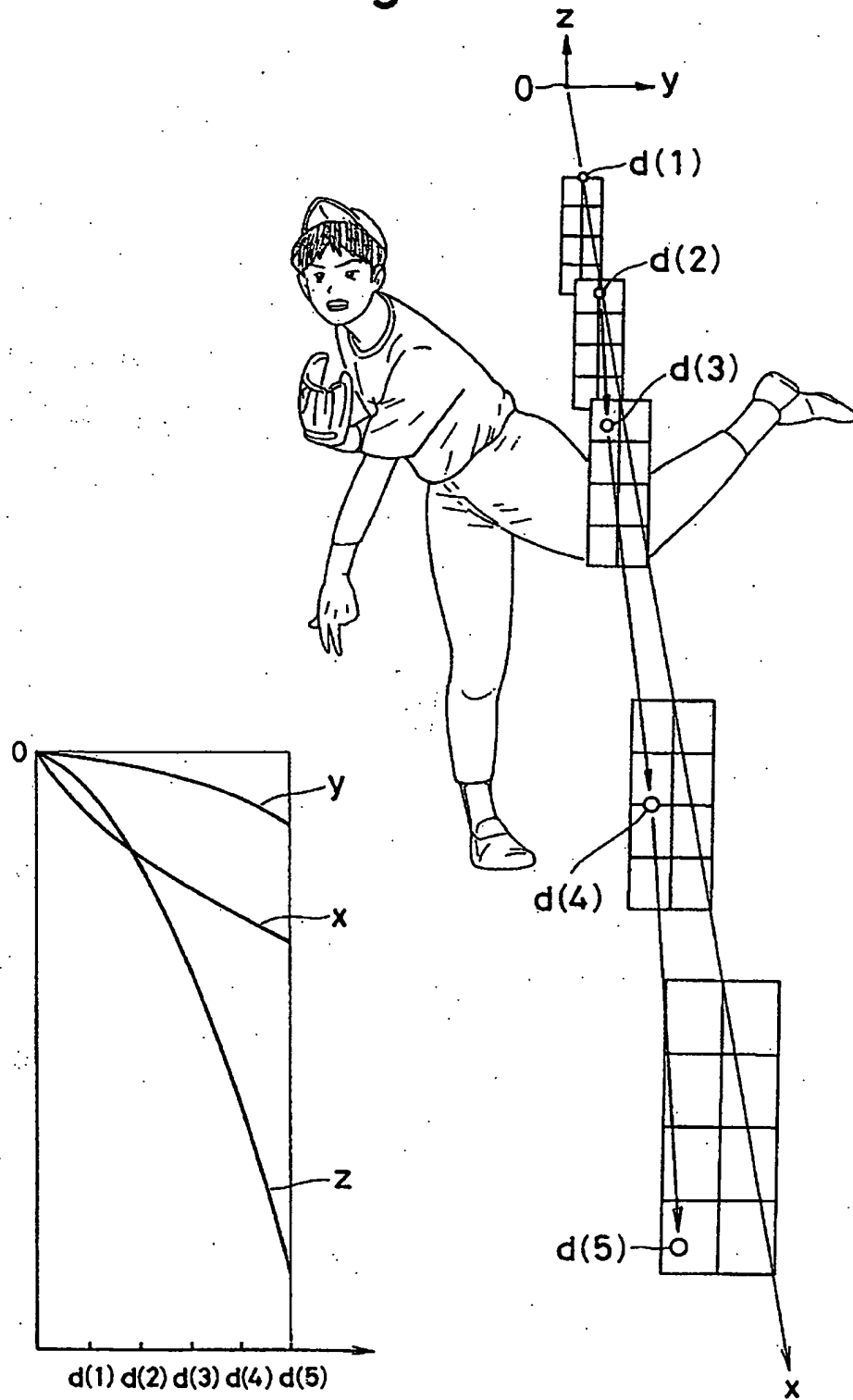
5/7

Fig. 5



6/7

Fig. 6

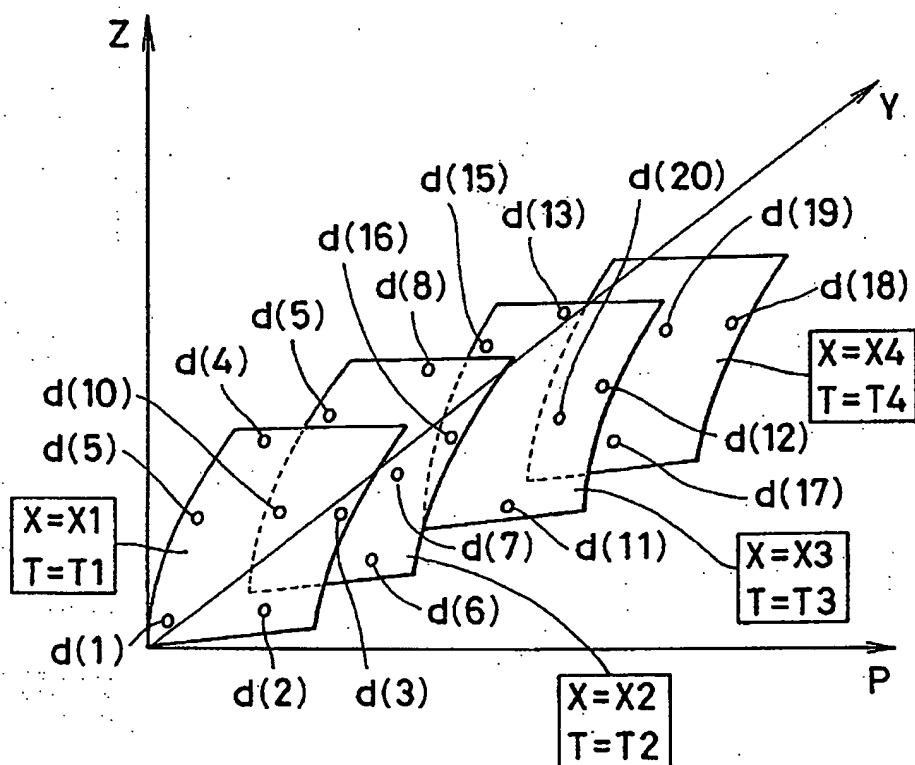


7/7

Fig. 7

$$d(1) = (P_1, T_1, X_1, Y_1, Z_1)$$

$$d(2) = (P_2, T_1, X_1, Y_3, Z_3)$$



## INTERNATIONAL SEARCH REPORT

International application No.

PCT/JP97/04732

<b>A. CLASSIFICATION OF SUBJECT MATTER</b> Int.Cl <sup>6</sup> G06F17/10		
According to International Patent Classification (IPC) or to both national classification and IPC		
<b>B. FIELDS SEARCHED</b> Minimum documentation searched (classification system followed by classification symbols) Int.Cl <sup>6</sup> G06F17/10		
Documentation searched other than minimum documentation to the extent that such documents are included in the fields searched Jitsuyo Shinan Koho 1940-1996 Jitsuyo Shinan Toroku Koho 1996-1998 Kokai Jitsuyo Shinan Koho 1971-1998 Toroku Jitsuyo Shinan Koho 1994-1996		
Electronic data base consulted during the international search (name of data base and, where practicable, search terms used) JOIS		
<b>C. DOCUMENTS CONSIDERED TO BE RELEVANT</b>		
Category*	Citation of document, with indication, where appropriate, of the relevant passages	Relevant to claim No.
X	JP, 4-270447, A (Hitachi, Ltd.), September 25, 1992 (25. 09. 92), Page 361, lower left column, lines 1 to 17 (Family: none)	1, 10
X	JP, 63-167907, A (Zaidan Hojin Kumamoto Tekunoporisu Zaidan), July 12, 1988 (12. 07. 88), Page 41, lower left column, line 5 to lower right column, line 4 (Family: none)	1, 10
A	JP, 5-081232, A (Fujitsu Ltd.), April 2, 1993 (02. 04. 93), Page 1, lower left column, lines 1 to 19 (Family: none)	1-10
A	JP, 61-294312, A (Thomas M. Harris), December 25, 1986 (25. 12. 86), Page 69, lower left column, line 5 to lower left column, line 1 (Family: none)	1-10
<input checked="" type="checkbox"/> Further documents are listed in the continuation of Box C. <input type="checkbox"/> See patent family annex.		
* Special categories of cited documents: "A" document defining the general state of the art which is not considered to be of particular relevance "E" earlier document but published on or after the international filing date "L" document which may throw doubts on priority claim(s) or which is cited to establish the publication date of another citation or other special reason (as specified) "O" document referring to an oral disclosure, use, exhibition or other means "P" document published prior to the international filing date but later than the priority date claimed "T" later document published after the international filing date or priority date and not in conflict with the application but cited to understand the principle or theory underlying the invention "X" document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered novel or cannot be considered to involve an inventive step when the document is taken alone "Y" document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered to involve an inventive step when the document is combined with one or more other such documents, such combination being obvious to a person skilled in the art "&" document member of the same patent family		
Date of the actual completion of the international search March 24, 1998 (24. 03. 98)		Date of mailing of the international search report April 7, 1998 (07. 04. 98)
Name and mailing address of the ISA/ Japanese Patent Office		Authorized officer
Facsimile No.		Telephone No.


## INTERNATIONAL SEARCH REPORT

International application No.

PCT/JP97/04732

## C (Continuation). DOCUMENTS CONSIDERED TO BE RELEVANT

Category*	Citation of document, with indication, where appropriate, of the relevant passages	Relevant to claim No.
X	JP, 57-011665, A (Nippon Gakki Co., Ltd.), January 21, 1982 (21. 01. 82), Lower left column, line 5 to lower right column, line 1 (Family: none)	5, 6

A. 発明の属する分野の分類 (国際特許分類 (IPC)) C1° G06F17/10		
B. 調査を行った分野 調査を行った最小限資料 (国際特許分類 (IPC)) C1° G06F17/10		
最小限資料以外の資料で調査を行った分野に含まれるもの 日本国実用新案公報 1940-1996年 日本国公開実用新案公報 1971-1998年 日本国実用新案登録公報 1996-1998年 日本国登録実用新案公報 1994-1996年		
国際調査で使用した電子データベース (データベースの名称、調査に使用した用語) JOIS		
C. 関連すると認められる文献		
引用文献の カテゴリー*	引用文献名 及び一部の箇所が関連するときは、その関連する箇所の表示	関連する 請求の範囲の番号
X	J P, 4-270447, A (株式会社日立製作所), 25. 9月, 1992 (25. 09. 92), 第361頁, 左下欄, 第I-17行 (ファミリーなし)	1, 10
X	J P, 63-167907, A (財団法人熊本テクノポリス財団), 12. 7月. 1988 (12. 07. 88), 第41頁, 左下欄, 第5行-右下欄, 第4行 (ファミリーなし)	1, 10
A	J P, 5-081232, A (富士通株式会社), 2. 4月. 1993, (02. 04. 93), 第1左下欄第1-19行 (ファミリーなし)	1-10
<input checked="" type="checkbox"/> C欄の続きにも文献が列挙されている。 <input type="checkbox"/> パテントファミリーに関する別紙を参照。		
* 引用文献のカテゴリー 「A」 特に関連のある文献ではなく、一般的技術水準を示すもの 「E」 先行文献ではあるが、国際出願日以後に公表されたもの 「L」 優先権主張に疑義を提起する文献又は他の文献の発行日若しくは他の特別な理由を確立するために引用する文献 (理由を付す) 「O」 口頭による開示、使用、展示等に言及する文献 「P」 国際出願日前で、かつ優先権の主張の基礎となる出願日の後に公表された文献 「T」 国際出願日又は優先日後に公表された文献であって出願と矛盾するものではなく、発明の原理又は理論の理解のために引用するもの 「X」 特に関連のある文献であって、当該文献のみで発明の新規性又は進歩性がないと考えられるもの 「Y」 特に関連のある文献であって、当該文献と他の1以上の文献との、当業者にとって自明である組合せによって進歩性がないと考えられるもの 「&」 同一パテントファミリー文献		
国際調査を完了した日 24. 03. 98	国際調査報告の発送日 07.04.98	
国際調査機関の名称及びあて先 日本国特許庁 (ISA/J P) 郵便番号100-8915 東京都千代田区霞が関三丁目4番3号	特許庁審査官 (権限のある職員) 石井 茂和 電話番号 03-3581-1101 内線 6963	5L 8837 



C (続き) . 関連すると認められる文献		
引用文献の カテゴリー*	引用文献名 及び一部の箇所が関連するときは、その関連する箇所の表示	関連する 請求の範囲の番号
A	J P, 61-294312, A (トーマス・エム・ハリス), 2 5. 12月, 1986 (25. 12. 86), 第69頁, 左下欄第 5行-右下欄第1行 (ファミリーなし)	1-10
X	J P, 57-011665, A (日本楽器製造株式会社), 2 1. 1月, 1982 (21. 01. 82), 左下欄第5行-右下欄 第1行 (ファミリーなし)	5, 6